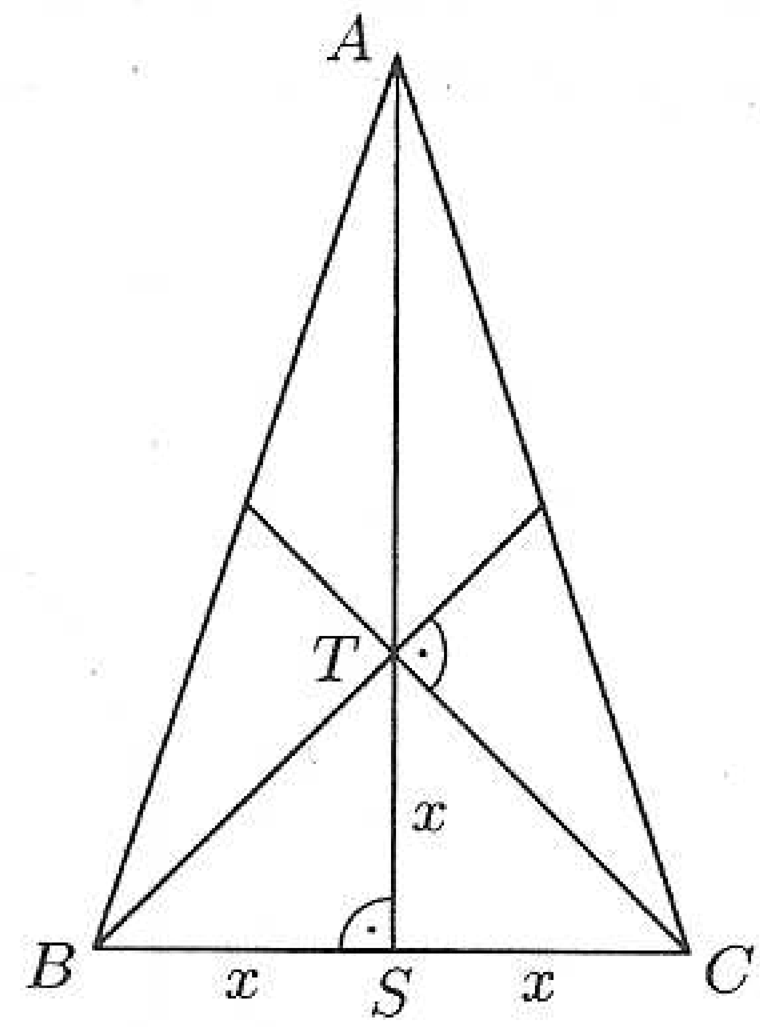
Řešení úlohy 202

Těžnice z vrcholů B a C jsou shodné, takže trojúhelník BCT z obrázku je pravoúhlý a rovnoramenný. Označíme-li $x = |TS|$, platí $|BS| = |CS| = x$, $|BC| = 2x$, $|AS| = 3x$. Z rovnosti

$$\tfrac{1}{2} \cdot (2x) \cdot (3x) = 30\,\mathrm{cm}^2$$

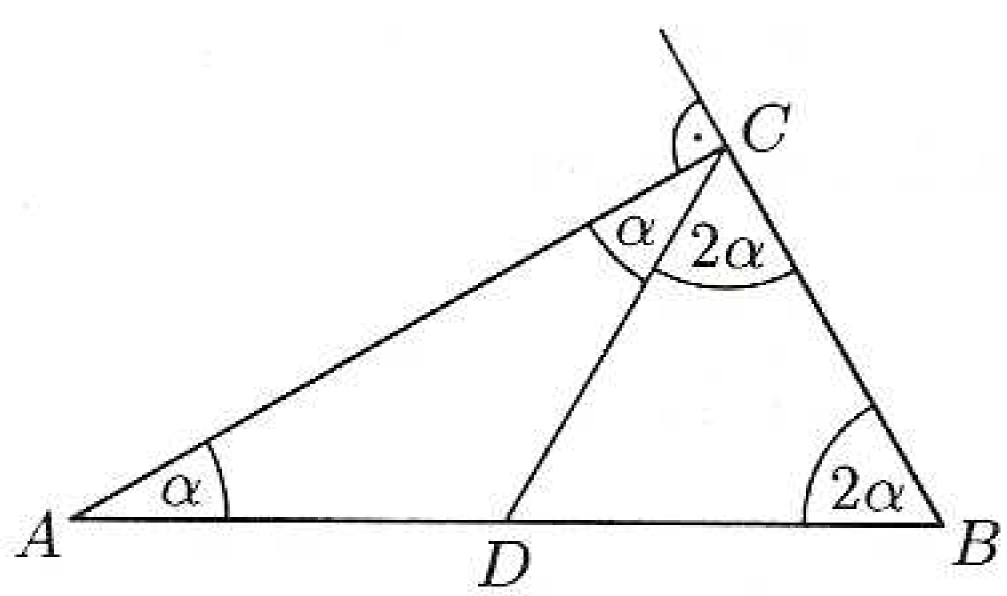
vypočteme $x = \sqrt{10}\,\mathrm{cm}$ a z pravoúhlého trojúhelníku ABS dostaneme:

$$|AB| = \sqrt{|BS|^2 + |AS|^2} = \\ = \sqrt{x^2 + (3x)^2} = \sqrt{10}x = 10\,\mathrm{cm}$$



Řešení úlohy 203

Označme D střed přepony AB daného pravoúhlého trojúhelníku ABC (viz obrázek).



Bod C leží na Thaletově kružnici nad průměrem AB, proto $|AB| = 12\,\mathrm{cm}$. Trojúhelníky ADC a BDC jsou rovnoramenné.
Nechť například $|\sphericalangle ACD| : |\sphericalangle BCD| = 1 : 2$.
Označíme-li $|\sphericalangle DAC| = \alpha$, je $|\sphericalangle ACD| = \alpha$, $|\sphericalangle DCB| = |\sphericalangle DBC| = 2\alpha$. Pro součet velikostí vnitřních úhlů v trojúhelníku ABC platí

$$\alpha + (\alpha + 2\alpha) + 2\alpha = 180^\circ, \quad \text{odkud} \quad \alpha = 30^\circ.$$

Nyní již můžeme vypočítat délky odvěsen AC a BC:

$$|AC| = |AB| \cdot \cos\alpha = 12\,\mathrm{cm} \cdot \cos 30^\circ = 6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$$
$$|BC| = |AB| \cdot \sin\alpha = 12\,\mathrm{cm} \cdot \sin 30^\circ = 6\,\mathrm{cm}$$

Obsah trojúhelníku ABC je

$$\tfrac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BC| = 18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2.$$