b) Obsah S čtyřúhelníku $ABCD$ je součtem obsahů tří trojúhelníků:

$$S = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle AED} + S_{\triangle DEC}$$

$$S_{\triangle ABC} = \left[\tfrac{1}{2}(x-3)(x+4)\right]\text{cm}^2 = \left[\tfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 15\right]\text{cm}^2 = 60\,\text{cm}^2$$
$$S_{\triangle AED} = \left[\tfrac{1}{2}(x-5)(x-3)\right]\text{cm}^2 = \left[\tfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 8\right]\text{cm}^2 = 24\,\text{cm}^2$$
$$S_{\triangle DEC} = \left[\tfrac{1}{2}x(x-3)\right]\text{cm}^2 = \left[\tfrac{1}{2}\cdot 11\cdot 8\right]\text{cm}^2 = 44\,\text{cm}^2$$

$$S = (60+24+44)\,\text{cm}^2 = 128\,\text{cm}^2$$

Řešení úlohy 200

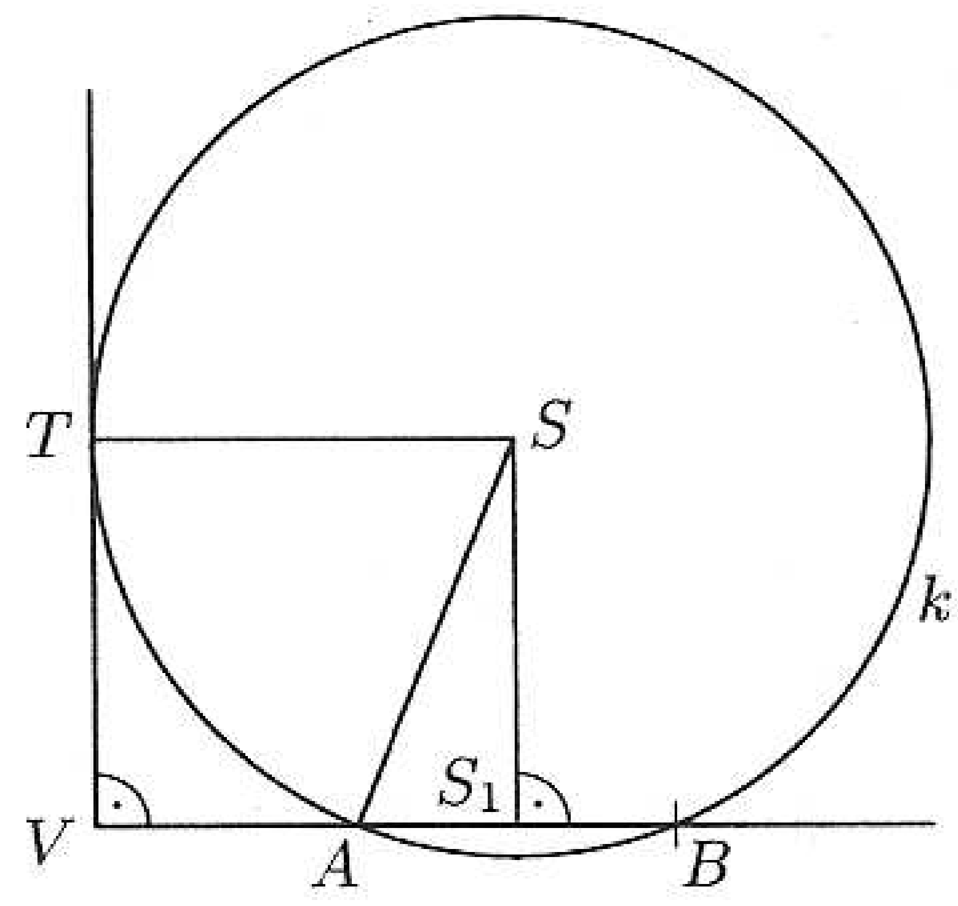
Označme a délku strany malého rovnostranného trojúhelníku. Výška tohoto trojúhelníku je $\frac{1}{2}\sqrt{3}\,a$ a jeho obsah je $\frac{1}{4}\sqrt{3}\,a^2$. Proto platí:

$$\tfrac{1}{4}\sqrt{3}\,a^2 = 25\sqrt{3}\,\text{cm}^2$$
$$a^2 = 100\,\text{cm}^2$$
$$a = 10\,\text{cm}$$

Obvod trojúhelníku ABC je

$$3\cdot 2a = 6a = 60\,\text{cm}.$$

Řešení úlohy 201



Platí (viz obrázek)

$$|SA| = |ST| = |VS_1| = \tfrac{1}{2}(|VA| + |VB|) = \tfrac{1}{2}(a+b),$$
$$|AS_1| = \tfrac{1}{2}(|VB| - |VA|) = \tfrac{1}{2}(b-a),$$
$$|SS_1|^2 = |SA|^2 - |AS_1|^2.$$

Dosazením a výpočtem dostaneme:

$$|SS_1|^2 = \left[\tfrac{1}{2}(a+b)\right]^2 - \left[\tfrac{1}{2}(b-a)\right]^2$$
$$|SS_1| = \sqrt{ab}$$

Jelikož $|VT| = |SS_1|$, má úsečka VT délku $\sqrt{ab}$.
