b) Víme, že $\alpha_1 = 20$, $\alpha_4 = 160$. Označíme-li d diferenci příslušné aritmetické posloupnosti, můžeme psát:

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \alpha_1 + 3d \\ 160 &= 20 + 3d \\ d &= \tfrac{140}{3} = 46\tfrac{2}{3} \end{aligned}$$

c) Velikosti vnitřních úhlů daného čtyřúhelníku jsou

$$20^\circ, \quad \left(20 + \tfrac{140}{3}\right)^\circ = 66\tfrac{2}{3}^\circ, \quad \left(20 + \tfrac{280}{3}\right)^\circ = 113\tfrac{1}{3}^\circ, \quad 160^\circ.$$

Řešení úlohy 171

a) Označme d diferenci dané aritmetické posloupnosti. Podle zadání platí

$$\tfrac{5}{2}(a_1 + a_1 + 4d) = 50 \quad \text{a} \quad (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 32.$$

Po úpravě dostaneme soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} 2a_1 + 4d &= 20, \\ 2a_1 + 7d &= 32, \end{aligned}$$

odkud vypočteme $d = 4$, $a_1 = 2$.

Prvních pět členů dané posloupnosti je

$$2,\ 6,\ 10,\ 14,\ 18.$$

b) Součet prvních n členů aritmetické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 2$ a diferencí $d = 4$ je

$$\frac{n}{2} \cdot [2 + 2 + (n-1) \cdot 4] = \frac{n}{2} \cdot (4 + 4n - 4) = 2n^2.$$

Aby platilo $2n^2 > 1\,000$, musí být $n \geqq 23$.

Řešení úlohy 172

Označme q kvocient dané geometrické posloupnosti. Podle zadání platí

$$a_1 + a_1 q = 240 \quad \text{a} \quad a_1 q + a_1 q^2 = 60.$$

Levé strany těchto rovností nejsou rovny nule, proto $1 + q \neq 0$, $q + q^2 \neq 0$, tedy $q \neq -1$, $q \neq 0$.

Z obou rovností vyjádříme neznámou a_1:

$$a_1 = \frac{240}{1+q}, \qquad a_1 = \frac{60}{q+q^2}$$

Porovnáním pravých stran postupně dostaneme:

$$\begin{aligned} \frac{240}{1+q} &= \frac{60}{q+q^2} \\ 240q &= 60 \\ q &= \tfrac{1}{4} \end{aligned}$$