Řešení úlohy 168

Hledaný kvocient označme q. Dosazením $a_2 = a_1 q$, $a_3 = a_1 q^2$ do rovnosti $a_3 = 6a_1 - a_2$ dostaneme:

$$\begin{aligned} a_1 q^2 &= 6a_1 - a_1 q \\ a_1\left(q^2 + q - 6\right) &= 0 \\ a_1(q-2)(q+3) &= 0 \end{aligned}$$

Protože podle zadání $a_1 > 0$ a $q > 0$, plyne odtud $q = 2$.

Řešení úlohy 169

a) Označme a počet mincí ve straně čtverce. Počet všech mincí ve čtverci je a^2. V „základně" trojúhelníku je $(a+2)$ mincí a protože v každé další řadě v trojúhelníku je o jednu minci méně než v předchozí řadě, je celkový počet mincí v trojúhelníku:

$$(a+2) + (a+1) + \ldots + 1 = \frac{a+2}{2} \cdot (a+3)$$

Platí:

$$\begin{aligned} \frac{a+2}{2} \cdot (a+3) &= a^2 \\ a^2 - 5a - 6 &= 0 \\ a_1 = 6, \quad a_2 &= -1 \end{aligned}$$

Počet mincí je kladné číslo, proto podmínkám úlohy vyhovuje pouze řešení $a_1 = 6$.
Petr má 36 mincí.

b) V „základně" trojúhelníku je 8 mincí, ve čtvrté řadě je 5 mincí, jejich celková hodnota je 25 Kč.

c) Obsah plochy pokryté všemi 36 mincemi je

$$S = \left(36 \cdot \pi \cdot 1{,}4^2\right) \mathrm{cm}^2 \doteq \left(36 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}4^2\right) \mathrm{cm}^2 \doteq 222\,\mathrm{cm}^2.$$

Řešení úlohy 170

a) Označme číselné hodnoty (ve stupních) velikostí vnitřních úhlů daného n-úhelníku od nejmenší po největší postupně $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. Protože to jsou po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti a $\alpha_1 = 20$, $\alpha_n = 160$, platí:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = \frac{n}{2} \cdot (\alpha_1 + \alpha_n) = \frac{n}{2} \cdot (20 + 160) = 90n$$

Součet velikostí vnitřních úhlů libovolného n-úhelníku je $(n-2) \cdot 180°$, proto:

$$\begin{aligned} 90n &= (n-2) \cdot 180 \\ n &= 4 \end{aligned}$$