b) Pro $a = 1$, $x_1 = 0{,}3$ je $V_1 = 0{,}048$.
Pro $a = 1$, $x_2 = 0{,}2$ je $V_2 = 0{,}072$.
Objem krabice se zvětší o $0{,}024\,\mathrm{m}^3$.

Řešení úlohy 148

Jestliže délky dvou protějších oplocených stran pozemku jsou x metrů ($0 < x < 40$), pak strana „proti zdi" měří $(80 - 2x)$ metrů.
Obsah pozemku označme $S\,\mathrm{m}^2$. Platí

$$S = x(80 - 2x).$$

Maximální hodnotu obsahu zjistíme například doplněním na druhou mocninu lineárního dvojčlenu:

$$S = x(80 - 2x) = 80x - 2x^2 = -2(x - 20)^2 + 800.$$

Vidíme, že obsah je maximální pro $x = 20$.
Rozměry pozemku o maximální možné výměře jsou 20 m a 40 m.

Řešení úlohy 149

a) Platí

$$\sqrt{3} - 1 = a \cdot \tfrac{\sqrt{3}}{2} + b, \qquad -1 = a \cdot 0 + b,$$

odkud $b = -1$ a $a = 2$.

b) Rovnici $2\sin x - 1 = 0$ upravíme na tvar $\sin x = \frac{1}{2}$. V intervalu $\langle 0, 2\pi)$ má tato rovnice právě dvě řešení $x_1 = \frac{1}{6}\pi$ a $x_2 = \frac{5}{6}\pi$.
Hledané průsečíky grafu funkce f s osou x jsou body $\left[\frac{1}{6}\pi, 0\right]$ a $\left[\frac{5}{6}\pi, 0\right]$.

Řešení úlohy 150

a) Označme původní objem hranolu $V_1\,\mathrm{m}^3$. Platí:

$$V_1 = x^2(x + 2) = x^3 + 2x^2$$

Objem hranolu s prodlouženými hranami označme $V_2\,\mathrm{m}^3$. Platí:

$$V_2 = (x + 0{,}5)^2(x + 2{,}5) = x^3 + 3{,}5x^2 + 2{,}75x + 0{,}625$$

Přírůstek

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 1{,}5x^2 + 2{,}75x + 0{,}625$$

je skutečně kvadratická funkce proměnné x.

b) Označme původní povrch hranolu $S_1\,\mathrm{m}^3$. Platí:

$$S_1 = 2x^2 + 4x(x + 2) = 6x^2 + 8x$$

Povrch hranolu s prodlouženými hranami označme $S_2\,\mathrm{m}^3$. Platí:

$$S_2 = 2(x + 0{,}5)^2 + 4(x + 0{,}5)(x + 2{,}5) = 6x^2 + 14x + 5{,}5$$

Přírůstek

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 6x + 5{,}5$$

je skutečně lineární funkce proměnné x.
