

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**KOMPLEXNÍ ČÍSLA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk****Datum vytvoření** | čeština9. 12. 2012 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá pojem komplexní čísla a umí jej aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Komplexní čísla**

**Příklad 1**

Dokažte, že podíl nezávisí na **.**

*Řešení:*

 Zadaný podíl upravíme podle pravidel pro počítání s komplexními čísly, tedy

 Zadaný výraz tedy vychází pro libovolné stále a na volbě nezáleží.

**Příklad 2**

Převeďte na goniometrický tvar komplexní číslo .

*Řešení:*

 Nejprve si komplexní číslo vyčíslíme, tedy . Potom již

 ; a argument .

Proto

**Příklad 3**

 Určete tak, aby platilo .

*Řešení:*

 Výraz na levé straně upravíme na goniometrický tvar a umocníme pomocí Moivreovy věty. Takže:

 ; ; ; ;

a podle Moivreovy věty je

 Dále řešíme soustavu goniometrických rovnic

 Řešením této soustavy jsou všechna , pro která platí .

**Příklad 4**

 Vypočítejte součet čtvrtých mocnin všech třetích odmocnin z čísla 1.

*Řešení:*

Nejprve určíme všechny třetí odmocniny z komplexního čísla . Toto číslo zapíšeme v goniometrickém tvaru

 Pro jeho třetí odmocniny platí

, kde

 Po dosazení za konkrétní dostáváme čísla

*(Pozn.: Uvedení komplexních čísel v algebraickém tvaru je nyní zbytečné. Zde je jen pro úplnost. Máme totiž ještě vypočítat čtvrté mocniny a pro tuto operaci se více hodí goniometrický tvar komplexního čísla a Moivreova věta. Pro zájemce uvádím, že čtvrté mocniny můžeme určit i pomocí binomické věty.)*

 Tedy

 Proto

 + .

*(Pozn.: Úlohu šlo řešit i zakreslením odmocnin z čísla* 1 *a jejich čtvrtých mocnin do Gaussovy roviny. Následně bychom počítali s těmito čtvrtými mocninami jako s vektory a výslednicí by byl nulový vektor. Nebo fyzikální interpretace – počítání s fázory (2. roč. Mechanické kmitání)).*

**Úlohy k procvičení**

1. Dokažte, že pro každé reálné číslo je komplexní číslo ryze imaginární.
2. Převeďte na goniometrický tvar komplexní číslo .
3. Určete tak, aby platilo .
4. Vypočítejte součet třetích mocnin všech čtvrtých odmocnin z čísla 1.
5. Vypočítejte součet všech třetích komplexních odmocnin z čísla –2.

Použité zdroje a literatura:

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro IV. ročník gymnázií*. 1. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-23966-8.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CALDA, Emil. *Matematika pro gymnázia – Komplexní čísla*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-364-6.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Goniometrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-359-2.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.