

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**KRUŽNICE, KRUH, KULOVÁ PLOCHA, KOULE**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Jana Homolová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 4. 10. 2012 |
| **Cílová skupina** | žáci 18 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák umí analyticky vyjádřit kružnici, kruh, kulovou plochu a kouli; zná vzájemnou polohu kružnice a přímky, kulové plochy a roviny; umí určit tečnu kružnice; vztahy umí aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

Řešené příklady:

**1) Ukažte, že přímka *p* procházející společnými body kružnic *k* a *l* je kolmá na přímku *s* proloženou středy obou kružnic.**

*Řešení:*

*Obecné rovnice obou kružnic upravíme na středový tvar a určíme souřadnice jejich středů:*

*Určíme souřadnice směrového vektoru přímky s:*

Společné body obou kružnic najdeme, řešíme-li soustavu rovnic:

*druhou rovnici odečteme od první*

*dosadíme za x do první rovnice soustavy*

*ke každému y dopočítáme xa zapíšeme společné body obou kružnic*

*Určíme souřadnice směrového vektoru přímky p:*

*Jsou-li přímky p a s kolmé, musí být skalární součin jejich směrových vektorů roven 0.*

**2) Určete tečnu kružnice, která je kolmá k přímce**

***p: 4x – 3y + 12 = 0.***

*Řešení:*

*Aby přímka t byla tečnou, musí mít od ní střed kružnice vzdálenost rovnou poloměru kružnice.*

*Určíme tedy souřadnice středu kružnice a její poloměr ⇒ obecnou rovnici kružnice převedeme na středový tvar.*

*Použijeme vztah pro určení vzdálenosti bodu od přímky:*

*Poslední rovnice má dvě možná řešení:*

*Existují tedy dvě tečny:*

**3) Určete průnik koule se souřadnicovou osou *y.***

*Řešení:*

*Průnikem koule s osou y je úsečka AB, jejíž krajní body jsou průsečíky osy y a příslušné kulové plochy.*

*Body A, B leží na ose y ⇒*

*Body A, B leží na kulové ploše*

*rovnici odmocníme*

*rovnice má dvě možná řešení*

*Zapíšeme souřadnice bodů A, B a určíme parametrické vyjádření úsečky AB.*

*AB:*

**4) Napište rovnici kružnice, která prochází počátkem soustavy souřadné a dotýká se přímek**

*Řešení:*

*Rovnici kružnice budeme hledat ve tvaru , tedy musíme určit m, n, r. Sestavíme soustavu rovnic:*

*Porovnáním levých stran 2. a 3. rovnice soustavy získáme:*

*Při řešení nastanou dvě možnosti:*

*Dosadíme do 2. rovnice soustavy, upravíme a získáme:*

*Vyjádření pro m a r dosadíme do 1. rovnice soustavy:*

*Postupnými ekvivalentními úpravami dospějeme ke kvadratickým rovnicím:*

*Druhá z uvedených kvadratických rovnic má záporný diskriminant, tedy nemá řešení.*

*První kvadratická rovnice má dva kořeny, ke každému z nich dopočítáme m a r sestavíme rovnici kružnice.*

*①*

*②*

Příklady k procvičování:

1) Určete rovnici přímky, která na kružnici *k: x2 + y2 – 25 = 0* vytíná tětivu, jejímž středem je bod

(správné řešení: *2x – y – 5 = 0*)

2) Najděte obecnou rovnici kružnice opsané trojúhelníku ABC:

(správné řešení: *x2 + y2 – 12x – 3y + 7 = 0*)

3) Rozhodněte o vzájemné poloze kružnice *k: x2 + y2 – 25 = 0* a přímky *p: 3x + 4y + 25 = 0*. Pokud existují společné body, určete jejich souřadnice.

(správné řešení: tečna kružnice v bodě )

4) Najděte velikost úhlu sevřeného poloměry kružnice , které jsou vedeny body, v nichž souřadnicová osa *x* protíná kružnici *k*.

(správné řešení: 90°)

5) Napište rovnici tečny ke kružnici v dotykovém bodě .

(správné řešení: )

6) Najděte rovnici kružnice, která se dotýká obou souřadnicových os a prochází bodem .

(správné řešení: )

Použité zdroje a literatura:

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie*. 2., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 220 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6163-9.

PETÁKOVÁ, Jindra a Leo BOČEK. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 147 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6095-0.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 195 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.

BUŠEK, Ivan, Božena MANNOVÁ, Jaroslav ŠEDIVÝ a Beloslav RIEČAN. *Sbírka úloh z matematiky pro III. ročník gymnázií*. 1. vyd. Praha: SPN, 1987.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985.

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983.

VEJSADA, František a František TALAFOUS. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnasia*. 1. vydání. Praha: SPN, 1969.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983.