

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**ARITMETICKÉ POSLOUPNOSTI**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk**  **Datum vytvoření** | čeština  7. duben 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá pojem aritmetické posloupnosti a umí jej aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Aritmetické posloupnosti**

**Příklad 1**

Určete první člen a diferenci aritmetické posloupnosti, ve které platí a .

***Řešení***

Pomocí diference a prvního členu si vyjádříme členy a a dosadíme do zadaných vztahů. Tedy:

a

Tím jsme si převedli úlohu na řešení soustavy dvou rovnic se dvěma neznámými  a .

Po úpravách

Odtud máme dvě řešení pro neznámou a to

**,** potom

nebo

, potom

Úloze vyhovují dvě aritmetické posloupnosti.

**Příklad 2**

V aritmetické posloupnosti (AP) je . Kolik členů této posloupnosti musíme sečíst, aby součet byl větší než 200?

***Řešení***

Pro součet prvních členů AP platí . Vyjádříme -tý člen posloupnosti jako a provedeme součet prvních členů o němž víme, že musí být větší než 200. Tedy

Nyní dosadíme za a a řešíme nerovnici pro neznámou :

Vyřešíme kvadratickou nerovnici

a tedy nebo .

Protože se jedná o AP, záporné řešení nevyhovuje.

**Je potřeba sečíst alespoň 11 členů zadané AP.**

**Příklad 3**

Určete tři reálná čísla větší než 8 a menší než 648 tak, aby spolu s danými čísly tvořila pět po sobě jdoucích členů aritmetické posloupnosti.

***Řešení***

Ze zadání vyčteme, že a . Musíme tedy určit diferenci a jestliže ji dosadíme do vyjádření pro a , najdeme hledaná čísla.

Tedy

Po dosazení do vyjádření členů posloupnosti dostáváme

**Hledaná čísla jsou 168, 328 a 488.**

**Příklad 4**

Délky stran pravoúhlého trojúhelníku tvoří tři po sobě jdoucí členy AP. Obvod trojúhelníku je 96 cm. Určete délky stran.

***Řešení***

V této úloze využijeme vztahy mezi členy AP jiným způsobem. Vyjádříme si členy a pomocí členu . Tedy

.

Podle zadání je

a .

Nyní využijeme vlastností pravoúhlého trojúhelníku – zde platnosti Pythagorovy věty. Roli přepony zde bude „hrát“ člen , protože je největší.

**Hledanými čísly jsou čísla 24, 32 a 40.**

**Úlohy k procvičení**

1. Určete první člen a diferenci aritmetické posloupnosti, ve které platí:
2. Určete první člen aritmetické posloupnosti s diferencí , aby platilo .
3. Délky hran kvádru tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, součet délek všech hran kvádru je 72 cm. Vypočítejte povrch kvádru, je-li jeho objem 162 cm3.
4. Tři čísla, která tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, mají součet 45 a součin 3240. Určete tato čísla.

**Použité zdroje a literatura:**

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Posloupnosti a řady*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-391-2.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.