

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**POSLOUPNOSTI (definice, způsoby určení, vlastnosti)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk**  **Datum vytvoření** | čeština  2. listopad 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá pojem posloupnosti a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Příklad 1**

Vyjádřete danou posloupnost pomocí vzorce pro *n* – tý člen:

*Řešení*

Tuto posloupnost lze vyjádřit pomocí vzorce

*Pozn.:* Máme-li posloupnost zadanou vzorcem pro *n*-tý člen, lze ji vyjádřit rekurentně a to vždy. Existuje mnoho způsobů, ale postupujeme zpravidla tak, že užitím daného vzorce pro *an* určíme **rozdíl *an+1* – *an*** nebo **podíl** (pro ) a odtud potom odvodíme rekurentní vzorec pro *an+1*.

**Příklad 2**

Danou posloupnost zadané vzorcem pro *n*-tý člen vyjádřete rekurentně:

*Řešení*

a dále

1. Rozdílem: ,
2. Podílem: .
3. Oba odvozené rekurentní vzorce obsahují na pravé straně nejen výraz s *an*, ale také s proměnnou *n*. Rekurentní vzorec pro *an+1*, jehož pravá strana obsahuje jen *an*, odvodíme takto:

Vyjdeme z toho, že platí a odtud

**Příklad 3**

Pro posloupnost zadanou rekurentně odvoďte vzorec pro *n*-tý člen.

*Řešení*

Z rekurentního vyjádření určíme několik prvních členů posloupnosti a to 0; 2; 0; 2; 0; 2; … . Pro každé liché *n* je an = 0 a pro sudá *n* je an = 2. Obecně pro **.**

Důkaz této hypotézy provedeme matematickou indukcí, tedy

1. Dokážeme, že pro *n* = 1 vzorec platí: *a1* = 1 + (-1) = 0.
2. Dokážeme platnost implikace pro libovolné : Podle daného rekurentního vztahu platí a odtud po dosazení za z implikačního předpokladu plyne důsledek

.

**Příklad 4**

Rozhodněte, zda je následující posloupnost rostoucí příp. klesající. Svoje tvrzení dokažte.

*Řešení*

K řešení této úlohy můžeme využít dva způsoby. Buď použijeme rozdíl , nebo  podíl .

1. *způsob*

, takže daná posloupnost je **rostoucí.**

1. *způsob*

Protože je , můžeme provést

a daná posloupnost je **rostoucí.**

**Příklad 5**

Vyšetřete, zda je omezená posloupnost .

*Řešení*

Má-li být posloupnost omezená, musí být omezená shora i zdola. Proje , protože a také .

**Takže a** **daná posloupnost je omezená**

**Úlohy k procvičení**

1. Vyjádřete danou posloupnost pomocí vzorce pro *n* – tý člen: 4; -4; 4; -4; 4; -4, …
2. Určete prvních šest členů posloupnosti zadané vzorcem pro *n*-tý člen :
3. Určete prvních pět členů posloupnosti zadané vzorcem pro *n*-tý člen :
4. Danou posloupnost zadané vzorcem pro *n*-tý člen vyjádřete rekurentně:
5. Pro posloupnost zadanou rekurentně odvoďte vzorec pro *n*-tý člen. Hypotézu dokažte matematickou indukcí.
6. Rozhodněte, zda je následující posloupnost rostoucí příp. klesající. Svoje tvrzení dokažte.

1. Vyšetřete, zda je omezená posloupnost .

**Použité zdroje a literatura:**

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro III. ročník gymnázií*. 1. vydání. Praha: SPN, 1987. ISBN 14-423-87.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Posloupnosti a řady*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-391-2.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.