

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**VZTAHY MEZI KOŘENY A KOEFICIENTY KVADRATICKÝCH ROVNIC**

**(včetně vztahů v C)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk****Datum vytvoření** | čeština7. 10. 2012 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratických rovnic a to i v oboru komplexních čísel a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratických rovnic (včetně vztahů v *C*)**

*Pro kořeny x1, x2 rovnice x2+px+q=0, kde p, q ϵ* ***R****, p2 – 4q* $\geq $*0, platí:*

 *x1 + x2 = -p x1.x2 = q*

**Příklad 1**

 Použitím Viètových vztahů určete kořeny rovnice $x^{2}-x-12=0.$

*Řešení:*

Součin kořenů se musí rovnat - 12, jejich součet je +1. Řešením soustavy 2 rovnic pro 2 neznámé (nebo v tomto případě „uhodnutím“) snadno určíme kořeny $x\_{1 }=4 a x\_{2}=-3$.

**Příklad 2**

Najděte všechny kvadratické rovnice, jejichž kořeny jsou čísla 3 a $\frac{2}{3}$.

*Řešení:*

 Víme, že rovnice $ax^{2}+bx+c=0 (a\ne 0)$ má kořeny $x\_{1}, x\_{2}$ právě tehdy, když platí $ax^{2}+bx+c=a.\left(x-x\_{1}\right).(x-x\_{2})$. Hledané kvadratické rovnice jsou proto právě všechny rovnice

$$a.\left(x-3\right).\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$$

$$a.\left(x^{2}-\frac{11}{3}x+2\right)=0$$

a po vynásobení obou stran rovnice třemi

$$a.\left(3x^{2}-11x+6\right)=0,$$

$$ a\in R, a\ne 0.$$

**Příklad 3**

Určete, pro která *x* $\in R$má smysl zlomek $\frac{x^{2}-7 x+12}{x^{2}-8x+15}$, a je-li to možné, upravte ho na jednodušší tvar.

*Řešení:*

Pomocí Viètových vztahů určíme kořeny kvadratického trojčlenu v čitateli i ve jmenovateli a můžeme psát

$$\frac{x^{2}-7x+12}{x^{2}-8x+15}= \frac{\left(x-3\right).(x-4)}{\left(x-3\right).(x-5)}= \frac{x-4}{x-5}$$

Daný zlomek je definovaný pro $∀x\in R$**,** pro která je jeho jmenovatel různý od nuly, tj. pro $x\ne 3, x\ne 5$.

**Příklad 4**

Sestavte kvadratickou rovnici, jejímiž kořeny jsou čísla 5 – *i*, 5 + *i*.

*Řešení*

 Jsou-li čísla $x\_{1}=5-i, x\_{2}=5+i$ kořeny kvadratické rovnice tvaru $x^{2}+px+q=0$, pak platí:

 $\left(5-i\right)+\left(5+i\right)= -p$

 $\left(5-i\right). \left(5+i\right)=q$

 Odtud již

 $x^{2}-10x+26=0$

**Úlohy k procvičení**

1. Určete kořeny následujících rovnic:
2. $x^{2}-9x-22=0$ [x1 = -2; x2 = 11]
3. $x^{2}+4x-96=0$ [x1 = -12; x2 = 8]
4. $4x^{2}+12x-216=0$ [x1 = -9; x2 = 6]
5. Najděte všechny kvadratické rovnice, jejichž kořeny jsou čísla:
6. 4; 7 [*a.*(x2 – 11x + 28) = 0]
7. -2; 1 [*a.*(x2 + x – 2) = 0]
8. $1+\sqrt{5};1-\sqrt{5}$ [*a.*(x2 – 2x – 4) = 0]
9. Upravte:
10. $\frac{2x^{2}+8x-90}{3x^{2}-36x+105}$ $\left[\frac{2.(x+9)}{3.(x-7)} ;x\ne 5, x\ne 7\right]$
11. $\frac{x^{2}+9x+14}{x^{2}-x-12}.\frac{x^{2}-2x-15}{x^{2}+6x-7}$ $\left[\frac{(x+2).(x-5)}{\left(x-4\right).(x-1)} ;x\ne -7, x\ne -3, x\ne 1, x\ne 4\right]$
12. $\frac{\frac{x^{2}+x-2}{x^{2}+3x-4}-\frac{x^{2}+x-12}{x^{2}-x-6}}{\frac{x^{2}-x-6}{x^{2}+x-12}-\frac{x^{2}+3x-4}{x^{2}+x-2}}$ [1;$ x\ne -4, x\ne -2, x\ne 1, x\ne 3$ ]
13. Určete všechny hodnoty parametru $b\in R$ tak, aby jeden kořen kvadratické rovnice $2x^{2}+bx+9=0$ byl dvakrát větší než druhý kořen. $\left[b=\pm 9\right]$
14. Sestavte kvadratickou rovnici, jejímiž kořeny jsou čísla
15. 2 – 3*i*, 1 + *i* $\left[x^{2}+\left(2i-3\right)x+5-i=0\right]$
16. $\left[0;1\right], \left[-5;0\right]$ $\left[x^{2}+\left(5-i\right)x-5i=0\right]$

Použité zdroje a literatura:

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CALDA, Emil. *Matematika pro gymnázia – Komplexní čísla*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-364-6.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

CHARVÁT, Jura a KOL. *Matematika pro gymnázia – Rovnice a nerovnice*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-362-2.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.

SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro I. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1986. ISBN 14-237-86.