

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**EXPONENCIÁLNÍ ROVNICE**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Jana Homolová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 5. 1. 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák umí řešit exponenciální rovnice, pro jejich řešení používá ekvivalentní i důsledkové úpravy a chápe nutnost provádění zkoušky správnosti |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

Teorie:

Exponenciální rovnice jsou rovnice, kde neznámá se nachází v exponentu nějaké mocniny.

Úpravami exponenciální rovnice lze dospět k rovnici ve tvaru , která je potom ekvivalentní s rovnicí a v jejímž řešení pokračujeme.

Exponenciální rovnici můžeme také převést na rovnici . Tuto rovnici logaritmováním upravíme na rovnici ve tvaru a v jejím řešení pokračujeme dál.

Řešené příklady:

**1) V R řešte exponenciální rovnici .**

*Řešení:*

*Levou stranu rovnice upravíme na mocninu o základu .*

**2) V R řešte exponenciální rovnici .**

*Řešení:*

 *na levé straně rovnice nahradíme výrazem a použijeme substituci . Z dané rovnice získáme kvadratickou rovnici .*

*Na základě vztahů mezi kořeny a koeficienty kvadratických rovnic rozložíme na součin kořenových činitelů a vypočteme a .*

*Vrátíme se zpět k substituci a vypočteme neznámou x. S hodnotou dále nepočítáme, protože .*

**3) V R řešte rovnici .**

*Řešení:*

*Nejdříve stanovíme definiční obor rovnice, neboť neznámá se vyskytuje pod odmocninou.*

*Zavedeme substituci . Protože oborem hodnot exponenciální funkce jsou kladná reálná čísla, bude y nabývat pouze kladných hodnot.*

*Protože*

 *dostaneme z původní rovnice rovnici*

*Po úpravách získáme kvadratickou rovnici a určíme její kořeny a .*

*Do substituce dosadíme pouze 4 (viz pozn. u substituce) a získáme exponenciální rovnici:*

*Porovnáním exponentů na obou stranách rovnice dostaneme iracionální rovnici:*

*Získaná hodnota patří do definičního oboru rovnice, daná rovnice má tedy v množině R jediné řešení:*

**4) V R řešte rovnici .**

*Řešení:*

*Upravíme exponenty mocnin na levé straně:*

 *- při umocňování mocnin se exponenty násobí*

 *- při dělení mocnin se exponenty odčítají*

 *- zavedena substituce*

 *- kořeny kvadratické rovnice dosadit do substituce*

 *- nejsou mocniny o stejném základu ⇒ logaritmovat*

**5) Hmotnost radioaktivní látky při rozpadu v závislosti na čase *t* lze popsat vzorcem , kde m je hmotnost v čase t, m0 počáteční hmotnost, T tzv. poločas rozpadu, tj. doba, za kterou se m0 zmenší na polovinu.**

 **a) Poločas rozpadu radia A je přibližně 3 minuty. Za kolik minut od počátku rozpadu zbude z původního množství ?**

 **b) Poločas rozpadu radia je 1 590 let. Za kolik let se jeho původní hmotnost zmenší na čtvrtinu?**

*Řešení:*

*a)*

*Dosadíme do uvedeného vzorce a řešíme exponenciální rovnici:*

*Za 12 minut zbude z původního množství radia A* ***.***

*b)*

*Dosadíme do uvedeného vzorce a řešíme exponenciální rovnici:*

*Za 3 180 let zbude z původního množství radia čtvrtina****.***

**6) V R vyřešte rovnici .**

*Řešení:*

*Neznámá x je argumentem logaritmu, stanovíme nejdříve definiční obor rovnice:*

*Při úpravě pravé strany rovnice uplatníme definici logaritmu a současně zavedeme substituci :*

*Po úpravách získáme kvadratickou rovnici:*

*Pomocí vzorce pro výpočet kořenů kvadratické rovnice vypočteme :*

*Obě hodnoty postupně vrátíme do substituce a určíme kořeny :*

*Na obou stranách rovnice jsou mocniny s různými základy, proto dál pokračujeme tím, že celou rovnici zlogaritmujeme:*

*Pomocí kalkulačky určíme hodnotu posledního výrazu:*

*Oba kořeny patří do definičního oboru rovnice, jsou tedy řešením zadané rovnice.*

Příklady k procvičování:

V R řešte rovnice:

1. (správné řešení: x = 3)
2. (správné řešení: x = 2)
3. (správné řešení: x = -0,5)
4. (správné řešení: x = -1)
5. (správné řešení: x1 = 0; x2 = 1)
6. (správné řešení: x = )
7. (správné řešení: x1 = 3; x2 = 4)
8. (správné řešení: x = 4)
9. (správné řešení: x = 3)
10. (správné řešení: x = -1)
11. (správné řešení: x = )
12. (správné řešení: x1 = 3; x2 = 9)
13. (správné řešení: x1 = 2; x2 = 4)
14. (správné řešení: x = -4)
15. (správné řešení: x = 1)
16. (správné řešení: x1 = 1; x2 = 2 - log23)
17. (správné řešení: x = 2)
18. (správné řešení: x = )
19. (správné řešení: x1 = ; x2 = 4)
20. (správné řešení: x =4)

Použité zdroje a literatura:

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Funkce*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-357-8.

PETÁKOVÁ, Jindra a Leo BOČEK. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 147 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6095-0.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 195 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.

SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-25485-3.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985.

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983.

VEJSADA, František a František TALAFOUS. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnasia*. 1. vydání. Praha: SPN, 1969.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983.