

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**BINOMICKÁ VĚTA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk****Datum vytvoření** | čeština2. 12. 2012 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá binomickou větu a dokáže ji aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Binomická věta**

**Příklad 1**

Vypočítejte šestý člen binomického rozvoje $(2+y)^{10}$.

*Řešení:*

Pro *k-*tý člen binomického rozvoje platí

$$A\_{k}=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n}{k-1}\right)a^{n-(k-1)}b^{k-1}$$

 Proto pro náš případ můžeme psát

$$A\_{6}=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{10}{5}\right)2^{5}·y^{5}=252·32·y^{5}=8 064 y^{5}$$

**Příklad 2**

Určete $x\in R$ tak, aby pátý člen binomického rozvoje $(\frac{2}{x}-\sqrt{x})^{9}$ byl roven 2016.

*Řešení:*

 Nejdříve si napíšeme pátý člen binomického rozvoje a následně budeme řešit rovnici. Tedy

$$A\_{5}=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{9}{4}\right)\left(\frac{2}{x}\right)^{5}·(-\sqrt{x})^{4}=126·\frac{32}{x^{5}}·x^{2}=\frac{4032}{x^{3}}$$

Dále tedy řešíme rovnici

$$\frac{4032}{x^{3}}=2016$$

$$x^{3}=2$$

$$x=\sqrt[3]{2}$$

**Příklad 3**

 Který člen binomického rozvoje $(y^{2}+y^{-1})^{9}$ obsahuje $y^{3}$?

*Řešení:*

 V této úloze je $n=9$; $a=y^{2}$; $b=y^{-1}$ a proto *k*-tý člen tohoto rozvoje má tvar

$$\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{9}{k-1}\right)·(y^{2})^{9-(k-1)}·(y^{-1})^{k-1}=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{9}{k-1}\right)·y^{20-2k}·y^{-k+1}=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{9}{k-1}\right)·y^{21-3k}$$

Hledáme takový člen, který obsahuje $y^{3}$. Proto porovnáním $y^{3}=y^{21-3k}$ určíme, že $3=21-3k$

a odtud již $k=6$.

Šestý člen binomického rozvoje $(y^{2}+y^{-1})^{9}$ obsahuje $y^{3}$.

**Příklad 4**

Pomocí binomické věty vypočítejte $0,96^{5}$.

*Řešení:*

 Výraz si nejprve upravíme a to $0,96^{5}=\left(1-0,04\right)^{5}$ a nyní použijeme binomickou větu

$$\left(1-0,04\right)^{5}=$$

$$=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{0}\right)·1^{5}-\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{1}\right)·1^{4}·0,04^{1}+\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{2}\right)·1^{3}·0,04^{2}-\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{3}\right)·1^{2}·0,04^{3}+\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{4}\right)·1·0,04^{4}-\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{5}{5}\right)·0,04^{5}=$$

$$=1-5·0,04+10·0,0016-10·0,000064+5·0,00000256-0,0000001024=$$

$=1-0,2+0,016-0,00064+0,0000128-0,0000001024=0,815 372 697 6$

**Úlohy na procvičení**

1. Vypočítejte desátý člen binomického rozvoje $\left(2a+b\right)^{15}$.

$$\left[A\_{10}=320 320 a^{6}b^{9}\right]$$

1. Který člen binomického rozvoje $\left(5-2m\right)^{7}$ obsahuje $m^{4}$?

$$\left[5. člen\right]$$

1. Určete $x\in R$ tak, aby pátý člen binomického rozvoje $(2\sqrt{x}-\frac{3}{x})^{10}$ byl roven 3360.

$$\left[324\right]$$

1. Pomocí binomické věty vypočítejte $1,06^{6}$.

$$\left[1,418 519 112\right]$$

Použité zdroje a literatura:

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CALDA, Emil a DUPAČ, Václav. *Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 5. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-365-3.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.