



Projekt

ŠABLONY na GVM

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

Algebraické výrazy

Autor Ondřej Chudoba

Jazyk čeština

Datum vytvoření 6. 12. 2012

Cílová skupina žáci 16–19 let

Stupeň a typ vzdělávání gymnaziální vzdělávání

Druh učebního materiálu vzorové příklady a úlohy k procvičení

Očekávaný výstup žák umí upravit algebraický výraz, ovládá základní metody úprav, znalosti umí aplikovat při řešení úloh

Anotace materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků a k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce

Řešené příklady

1. Příklad

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}}$$

Řešení:

$$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{1 - \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2}}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{4x}{(x+1)^2}}} = \frac{2\sqrt{x}}{\frac{2\sqrt{x}}{|x+1|}} = |x+1|$$

To vše za podmínky, že $x > 0$. V tom případě lze výsledek zapsat jako $x + 1$.

2. Příklad

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{1 - \frac{x}{x+2}}{\frac{x}{x+2} + 1}$$

Řešení:

$$\frac{1 - \frac{x}{x+2}}{\frac{x}{x+2} + 1} = \frac{\frac{x+2-x}{x+2}}{\frac{x+x+2}{x+2}} = \frac{2}{2x+2} = \frac{1}{x+1}$$

To vše za podmínky, že $x \neq -2, x \neq -1$.

3. Příklad

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} - 1}$$

Řešení:

$$\frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} - 1} = \frac{\frac{1+2x+x^2-1+2x-x^2}{(1-x)(1+x)}}{\frac{1+x-1+x}{1-x}} = \frac{4x}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{1-x}{2x} = \frac{2}{1+x}$$

To vše za podmínky, že $x \neq \pm 1, x \neq 0$.

4. Příklad

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\frac{x^3}{y^2} + \frac{x^2}{y} + x + y}{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}}$$

Řešení:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{x^3}{y^2} + \frac{x^2}{y} + x + y}{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}} &= \frac{\frac{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3}{y^2}}{\frac{x^4 - y^4}{x^2y^2}} = \frac{x^2(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)}{(x-y)(x+y)(x^2 + y^2)} = \\ &= \frac{x^2(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)}{(x-y)(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)} = \frac{x^2}{x-y} \end{aligned}$$

To vše za podmínky, že $x \neq \pm y$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x^2 + y^2 \neq 0$, $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 \neq 0$.

5. Příklad

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\sqrt{2a} - \frac{2a}{a + \sqrt{2a}}}{\frac{\sqrt{2a} - 2}{a - 2}}$$

Řešení:

Zadaný výraz si označme V .

$$\begin{aligned} V &= \frac{\frac{a\sqrt{2a} + 2a - 2a}{a + \sqrt{2a}}}{\frac{\sqrt{2a} - 2}{a - 2}} = \frac{a\sqrt{2a}}{a + \sqrt{2a}} \cdot \frac{a - 2}{\sqrt{2a} - 2} = \frac{a^2\sqrt{2a} - 2a\sqrt{2a}}{a\sqrt{2a} - 2a + 2a - 2\sqrt{2a}} = \\ &= \frac{a\sqrt{2a}(a - 2)}{\sqrt{2a}(a - 2)} = a \end{aligned}$$

To vše za podmínky, že $a \neq 2$, $a > 0$, $a \neq -\sqrt{2a}$.

6. Příklad

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b}}{\frac{a^2 + b^2}{ab} - 2} : \frac{a^2}{b}$$

Řešení: Zadaný výraz si označme V .

$$V = \frac{\frac{a^2 - ab}{b^2}}{\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab}} \cdot \frac{b}{a^2} = \frac{a^2 - ab}{b^2} \cdot \frac{ab}{a^2 + b^2 - 2ab} \cdot \frac{b}{a^2} = \frac{a(a-b)}{b^2} \cdot \frac{ab}{(a-b)^2} \cdot \frac{b}{a^2} = \frac{1}{a-b}$$

To vše za podmíněk, že $a \neq b, a \neq 0, b \neq 0$.

Úlohy

1. Úloha

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1\right) \cdot \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right) \cdot (x^2 - y^2)}{\frac{x^4}{y^2} - \frac{y^4}{x^2}}$$

[Výsledek: 1; podm.: $x \neq 0, y \neq 0, x \neq \pm y$.]

2. Úloha

Upravte daný algebraický výraz

$$\left[\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3 : \left(\frac{n^3 + 4n^2 + 4n}{3n^2 - 12n + 12}\right) \right] \cdot \frac{n}{3}$$

[Výsledek: $\frac{n+2}{n-2}$; podm.: $n \neq 0, n \neq \pm 2$.]

3. Úloha

Upravte daný algebraický výraz

$$\left[\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{(a-b)^3} - \frac{b}{a-b} \right] \cdot \left[\frac{a^2 - 2ab + 2b^2}{a^2 - ab + b^2} - \frac{b}{a} \right]$$

[Výsledek: 1; podm.: $a \neq 0, a \neq b$.]

4. Úloha

Upravte daný algebraický výraz

$$2u - \left(\frac{2u-3}{u+1} - \frac{u+1}{2-2u} - \frac{u^2+3}{2u^2-2} \right) \cdot \frac{u^3+1}{u^2-u}$$

[Výsledek: $\frac{2(u-1)}{u}$; podm.: $u \neq 0, u \neq \pm 1$.]

5. Úloha

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\frac{a^4 - b^4}{a^2 b^2}}{\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right)}$$

[Výsledek: $\frac{a+b}{a-b}$; podm.: $a \neq 0, b \neq 0, a \neq \pm b$.] podmínka -b není nutná!

6. Úloha

Upravte daný algebraický výraz

$$6a + \left(\frac{a}{a-2} - \frac{a}{a+2} \right) : \left(\frac{4a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16} \right)$$

[Výsledek: $(a+2)^2$; podm.: $a \neq 0, a \neq \pm 2$.]**7. Úloha**

Upravte daný algebraický výraz

$$\left(\frac{p\sqrt{p} + q\sqrt{q}}{\sqrt{p} + \sqrt{q}} - \sqrt{pq} \right) : (p - q) + \frac{2\sqrt{q}}{\sqrt{p} + \sqrt{q}}$$

[Výsledek: 1; podm.: $p \neq q, p \geq 0, q \geq 0$.]**8. Úloha**

Upravte daný algebraický výraz

$$\left(\frac{1}{\sqrt{y-1}} + \frac{1}{\sqrt{y+1}} \right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{y-1}} - \frac{1}{\sqrt{y+1}} \right)$$

[Výsledek: $\frac{2}{(y+1)(y-1)}$; podm.: $y > 1$.]**9. Úloha**

Upravte daný algebraický výraz

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + 4\sqrt{x} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \right)$$

[Výsledek: $4x$; podm.: $x > 0, x \neq 1$.]**10. Úloha**

Upravte daný algebraický výraz

$$\frac{\left(\frac{x}{y} \right)^2 - \frac{x}{y^2}}{\left(\frac{x-1}{y} \right)^2}$$

[Výsledek: $\frac{x}{x-1}$; podm.: $x \neq 0, y \neq 0, x \neq 1$.]

Použité zdroje a literatura

- BENDA, Petr. A KOL. Sbíрка maturitních příkladů z matematiky. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.
- BUŠEK, Ivan. Řešené maturitní úlohy z matematiky. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.
- CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.
- FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.
- PETÁKOVÁ, Jindra. Matematika: příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.
- POLÁK, Josef. Přehled středoškolské matematiky. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.

Autor souhlasí s bezplatným používáním tohoto materiálu pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení. Jakékoliv další využití podléhá licenci Creative Commons, BY-NC-SA.

Text byl vysázen systémem $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$.