



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Projekt **ŠABLONY NA GVM**

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948  
III-2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

# 1. Mechanika

## 1. 9. Gravitační pole

<b>Autor:</b>	Aleš Trojánek
<b>Jazyk:</b>	čeština
<b>Datum vyhotovení:</b>	duben 2013
<b>Cílová skupina:</b>	žáci gymnázia: 1. ročník čtyřletého studia a 5. ročník osmiletého studia, maturitní ročník, věk 16-19 let
<b>Druh učebního materiálu:</b>	podpora a doplnění výuky fyziky, materiál je určen i pro samostatnou práci žáků
<b>Očekávaný výstup:</b>	žáci si osvojí řešení typických fyzikálních úloh z mechaniky.
<b>Anotace:</b>	Učební materiál obsahuje vzorové příklady a úlohy z části – gravitační pole. Může sloužit při výkladu, procvičování i pro samostatnou práci žáků. Velmi vhodný je pro přípravu k maturitní zkoušce z fyziky.

## 1. 9. Gravitační pole

### Úloha 1

(Úloha vznikla úpravou úlohy 5. 1 u z [1], s. 84.)

Hmotnost Země je  $M_Z = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg, její střední poloměr  $R_Z = 6,37 \cdot 10^3$  km, hmotnost Slunce je  $M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$  kg, jeho poloměr  $R_S = 6,96 \cdot 10^5$  km. Střední vzdálenost středu Země od středu Slunce je  $1,50 \cdot 10^6$  km (1 AU). Úkoly: 1. Nakreslete náčrtek a do něho zakreslete sílu, kterou Slunce přitahuje Zemi. 2. Vypočtete velikost této síly. 3. Určete zrychlení středu Země v heliocentrické soustavě.

[Výsledky: 1. Působí síla ve středu Země a směr je dán od středu Země ke středu Slunce. 2.  $F_g = 3,52 \cdot 10^{22}$  N, 3.  $a_g = 5,98 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $\vec{a}_g \uparrow \vec{F}_g$ .]

### Příklad 1

(Příklad vznikl úpravou PŘÍKLADU 5.1 z [1], s. 64.)

Vypočtete: 1. první kosmickou rychlost, 2. dobu oběhu družice pohybující se (se zanedbatelným odporem vzduchu) první kosmickou rychlostí kolem Země.

### Řešení:

1. Na těleso pohybující se rychlostí o velikosti  $v_1$  po kruhové dráze o poloměru  $R_Z$  působí jen gravitační síla Země  $\vec{F}_g$ . Protože je to výslednice sil působících na těleso a protože je orientována do středu kružnice, platí (viz obr. 1):

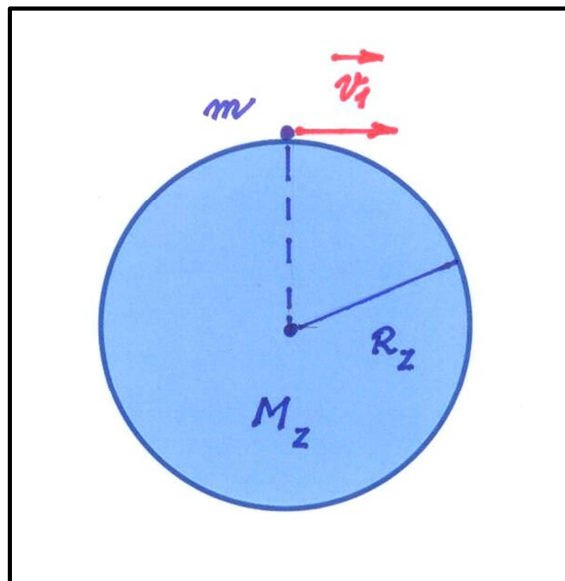
$$\vec{F}_g = \vec{F}_v = \vec{F}_d,$$

$$\frac{mM_Z\kappa}{R_Z^2} = m \frac{v_1^2}{R_Z}$$

$$v_1 = \sqrt{\kappa \frac{M_Z}{R_Z}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 7,91 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

2.  $2\pi R_Z = v_1 T_1$

$$T_1 = \frac{2\pi R_Z}{v_1} = \frac{2\pi \cdot 6,37 \cdot 10^6}{7,91 \cdot 10^3} \text{ s} = 5,06 \cdot 10^3 \text{ s} = 84,3 \text{ min.}$$



Obr. 1

## Příklad 2

Odvoďte 3. Keplerův zákon z Newtonova gravitačního zákona.

### Řešení:

Uvažujme, že planeta obíhá kolem Slunce po kruhové dráze o poloměru  $r$  (poloměr u kružnice je ekvivalentem hlavní poloosy u elipsy). Protože gravitační síla  $\vec{F}_g$ , kterou působí Slunce na planetu, je silou výslednou, užitím druhého Newtonova zákona postupně dostaneme:

$$\vec{F}_g = \vec{F}_v = \vec{F}_d$$

$$\kappa \frac{mM_S}{r^2} = ma_d$$

$$\kappa \frac{mM_S}{r^2} = m\omega^2 r$$

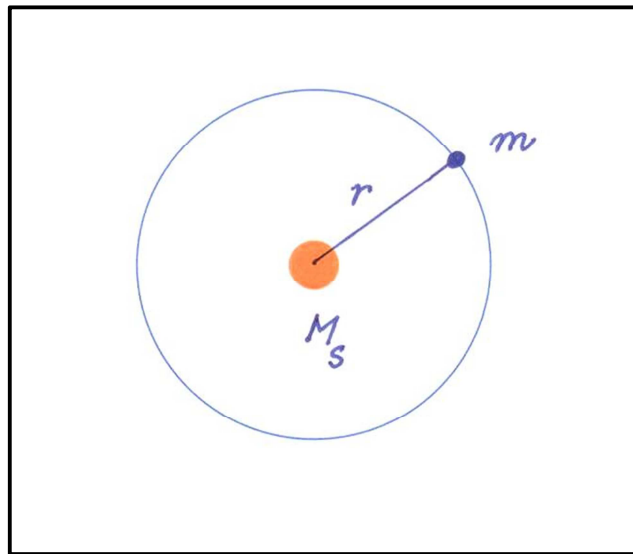
Jestliže do posledního vztahu dosadíme  $\omega = 2\pi/T$ , získáme třetí Keplerův zákon:

$$\omega^2 r^3 = \kappa M_S$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} r^3 = \kappa M_S$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\kappa M_S} = konst.$$

Výraz na pravé straně poslední rovnice je konstanta, jejíž hodnota závisí pouze na hmotnosti centrálního tělesa – Slunce.



Obr. 2

## Úloha 2

V jaké výšce nad povrchem Země se musí pohybovat po kruhové dráze v rovině rovníku družice, aby byla stále nad jedním a týmž místem na rovníku? (Jedná se o stacionární družici.)

[Výsledek:  $h = 35\,800$  km.]

## Úloha 3

(Jedná se o úlohu 55C z [2], s. 380.)

Planeta Mars má měsíc Phobos, který obíhá po oběžné dráze o poloměru  $9,4 \cdot 10^6$  m s periodou 7 h 29 min. Z těchto informací vypočítejte hmotnost Marsu.

[Výsledek:  $M_M = 6,5 \cdot 10^{23}$  kg.]

## Úloha 4

Planeta Merkur obíhá ve střední vzdálenosti  $57,9 \cdot 10^6$  km kolem Slunce. Střední vzdálenost Země od Slunce je  $1,50 \cdot 10^8$  km. Vypočtete oběžnou dobu planety Merkur.

$[T_M = 0,24 \text{ roků.}]$

### Literatura:

- [1] ŠANTAVÝ, I., TROJÁNEK, A.: *Fyzika. Příprava k přijímacím zkouškám na vysoké školy.* Prometheus, Praha 2000. ISBN 80-7196-138-8.
- [2] HALLIDAY, D., RESNICK, J., WALKER, J.: *Fyzika. (Vysokoškolská učebnice obecné fyziky.)* VUT v Brně - nakladatelství VUTIUM a Prometheus, Brno 2001. Dotisk 2003. ISBN 80-214-1868-0.

### Zdroje obrázků:

Obr. 1, 2 zhotovil Aleš Trojánek a jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení.