Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

# ODCHYLKY PŘÍMEK A ROVIN ŘEŠENÉ ANALYTICKOU METODOU

| | |
|---|---|
| **Autor** | Iva Kašparová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 4. 10. 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá odchylky dvou přímek, přímek a rovin a dvou rovin, počítá jejich velikost a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**ODCHYLKY PŘÍMEK A ROVIN ŘEŠENÉ ANALYTICKOU METODOU**

**Příklad 1**

**Určete odchylku zadaných útvarů:**

a) **p = {[2;3;t], t∈R},q = {[s;0;-s], s∈R}**
b) **p = {[t;t;0], t∈R}, α: x - y = 0**
c) **α: x - y + 9 = 0, β: y - 11 = 0**

*Řešení:*

*a) Nejprve určíme směrové vektory přímek p a q:* $\vec{u}_p = (0;0;1), \vec{u}_q = (1;0;-1).$

*Vypočítáme odchylku směrových vektorů obou přímek:*

$$\cos\varphi = \frac{\left|\vec{u}_p . \vec{u}_q\right|}{\left|\vec{u}_p\right| . \left|\vec{u}_q\right|} = \frac{|0+0-1|}{\sqrt{1}.\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45°$$

***Odchylka přímek p a q je 45°.***

*b)* $\vec{u}_p = (1;1;0), \vec{n}_\alpha = (1;-1;0)$

*Pro odchylku normálového a směrového vektoru platí:*

$$\sin\varphi = \frac{\left|\vec{u}_p . \vec{n}_\alpha\right|}{\left|\vec{u}_p\right| . \left|\vec{n}_\alpha\right|} = \frac{|1-1+0|}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \varphi = 0° \Rightarrow p \parallel \varphi; P[0;0;0] \in p \wedge P \in \varphi \Rightarrow p \subset \varphi.$$

***Přímka p tedy leží v rovině α.***

*c)* $\vec{n}_\beta = (0;1;0), \vec{n}_\alpha = (1;-1;0).$

*Pro odchylku dvou normálových vektorů platí:*

$$\cos\varphi = \frac{\left|\vec{n}_\alpha . \vec{n}_\beta\right|}{\left|\vec{n}_\alpha\right| . \left|\vec{n}_\beta\right|} = \frac{|0-1+0|}{\sqrt{1}.\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45°$$

***Odchylka rovin α a β je 45°.***

**Příklad 2**

**Je dán pravidelný čtyřboký jehlan ABCDV, velikost podstavné hrany a = 6 a výška jehlanu v =** $3\sqrt{2}$ **.**

**Zjistěte odchylku hrany AV a roviny podstavy.**

*Řešení:*

*Zvolíme vhodně soustavu souřadnic tak, že A[0;6;0], B[6;6;0], C[6;0;0], D [0;0;0], V[3;3;* 3√2*].*

*Směrový vektor AV je* $\vec{u} = \left(3;-3;3\sqrt{2}\right)$*, normálový vektor podstavy tj. vektor kolmý k podstavě dané souřadnicovou rovinou xy je vektor* $\vec{n} = (0;0;1)$.

*Odchylku tedy vypočítáme:*

$$\sin\varphi = \frac{\left|\vec{u}\,.\,\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{\left|3\sqrt{2}\right|}{\sqrt{1}.\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45° .$$

**Odchylka hrany AV od roviny podstavy je 45$^{o}$.**

**Příklad 3**

**Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li A[0;1;2], B[1;2;3], C[1;0;0].**

*Řešení:*

*Určíme směrové vektory stran trojúhelníku:*

$$\vec{u} = B - A = (1;1;1)$$
$$\vec{v} = C - A = (1;-1;-2)$$
$$\vec{w} = B - C = (0;2;3)$$

*Úhel α u vrcholu A má velikost*

$$\cos\alpha = \frac{\vec{u}\,.\,\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|} = \frac{1-1-2}{\sqrt{3}.\sqrt{6}} = \frac{-2}{3\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = 118°08'$$

*Úhel u vrcholu B:*

$$\cos\beta = \frac{-\vec{u}\,.-\vec{w}}{\left|-\vec{u}\right|.\left|-\vec{w}\right|} = \frac{2+3}{\sqrt{3}.\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{39}} \Rightarrow \varphi = 36°48'$$

***A dopočítáme úhel*** $\gamma$ ***=180$^{o}$- (α + β)=180$^{o}$- (118$^{o}$08’ + 36$^{o}$48’) = 180$^{o}$ - 154$^{o}$56’ = 25$^{o}$04’.***

**Úlohy k procvičení:**

1) Najděte rovnici přímky q, která prochází bodem X[-3;0] a od přímky p: $\sqrt{3}$ x + 3y +5 = 0 má odchylku 60°.

*[* $q_1: x+3=0, q_2 . x-\sqrt{3}y+3=0$ *].*

2) Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, jehož strany leží na přímkách o rovnicích: x + 7y + 11 = 0, x - 3y -1 = 0, 3x + y - 7 = 0.

*[α=26,57°,β=63,43°,γ=90°].*

3) Vypočítejte odchylku roviny α: 2x + 2y - z- 8 = 0 a roviny určené osami x a y.

*[γ = 70°32′].*

4) Napište rovnici roviny σ, která prochází průsečnicí rovin α: x - y + 1 = 0 a β: 2x + y + z = 0 a zároveň je kolmá k rovině γ: 2x + y - z + 3 = 0.

*[σ: 2x - 5y - z + 4 = 0].*

Použité zdroje a literatura:

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: *Analytická geometrie*. 2. upravené vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-163-9.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.