



Projekt

ŠABLONY NA GVM

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

MOCNINY A MOCNINNÉ FUNKCE, ODMOCNINY

Autor	Petr Vrána
Jazyk	čeština
Datum vytvoření	2. února 2014
Cílová skupina	žáci 16 – 19 let
Stupeň a typ vzdělávání	gymnaziální vzdělávání
Druh učebního materiálu	vzorové příklady a příklady k procvičení
Očekávaný výstup	žák ovládá mocniny, mocninné funkce a odmocniny a umí je aplikovat při řešení úloh
Anotace	materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce

Příklad 1

Zjednodušte následující výraz a určete, kdy má smysl:

$$\frac{a^{2x} + 6a^x + 9}{a^{2x} - 9}.$$

Řešení

Výrazy v čitateli i ve jmenovateli upravíme a rozložíme na součin pomocí vzorců:

$$\frac{a^{2x} + 6a^x + 9}{a^{2x} - 9} = \frac{(a^x)^2 + 6a^x + 9}{(a^x)^2 - 9} = \frac{(a^x + 3)^2}{(a^x + 3) \cdot (a^x - 3)} = \frac{a^x + 3}{a^x - 3}$$

Podmínky řešitelnosti: $a^x \neq \pm 3$.

Příklad 2

Zjednodušte následující výraz a určete, kdy má smysl:

$$(x^{-2} + y^{-1})^{-2}.$$

Řešení

$$(x^{-2} + y^{-1})^{-2} = \frac{1}{(x^{-2} + y^{-1})^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y}\right)^2} = \left(\frac{1}{\frac{x^2 + y}{x^2 \cdot y}}\right)^2 = \left(\frac{x^2 \cdot y}{x^2 + y}\right)^2.$$

Podmínky řešitelnosti: $x \neq 0, y \neq 0, x^2 + y \neq 0$.

Příklad 3

Odstraňte odmocniny ze jmenovatele zlomku

$$\frac{5}{\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}}.$$

Řešení

Zlomek musíme usměrnit opakovaně dvakrát. Tedy

$$\frac{5}{\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{5}{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) - \sqrt{3}} \cdot \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot [(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}]}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - 3} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{5 \cdot [(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}]}{5 + 2\sqrt{10} + 2 - 3} = \frac{5 \cdot [(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}]}{4 + 2\sqrt{10}} \cdot \frac{4 - 2\sqrt{10}}{4 - 2\sqrt{10}} = \frac{5 \cdot [(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}] \cdot (4 - 2\sqrt{10})}{16 - 40} = \\
&= \frac{20 \cdot [(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}] - 10\sqrt{10} \cdot [(\sqrt{5} + \sqrt{2}) + \sqrt{3}]}{-24} = \frac{5}{12} \cdot (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{30}).
\end{aligned}$$

Příklad 4

Řešte rovnici s neznámou $x \in R$: $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^5}} = 4$.

Řešení

Výraz na levé straně rovnice upravíme podle pravidel pro počítání s odmocninami a pak rovnici vyřešíme.

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^5}} = 4$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{x^5}} = 4$$

$$\sqrt[3]{x} = 4$$

$$x = 4^3$$

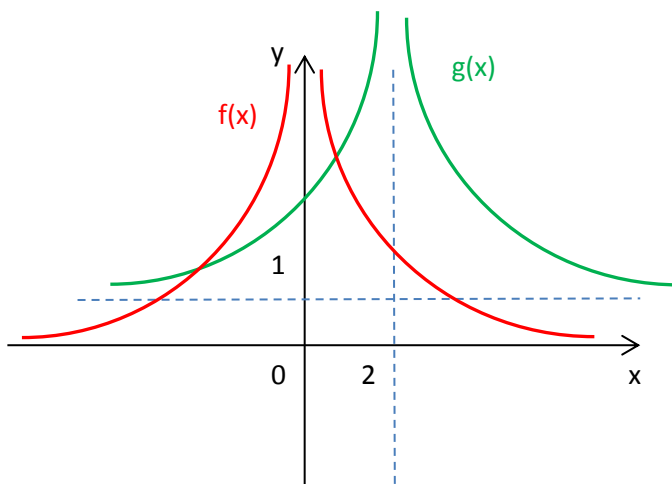
$$x = 64$$

Příklad 5

Nakreslete grafy funkcí f a g v jedné soustavě souřadnic.

$$f(x) = \frac{1}{x^2}; \quad g(x) = \frac{1}{(x-2)^2} + 1.$$

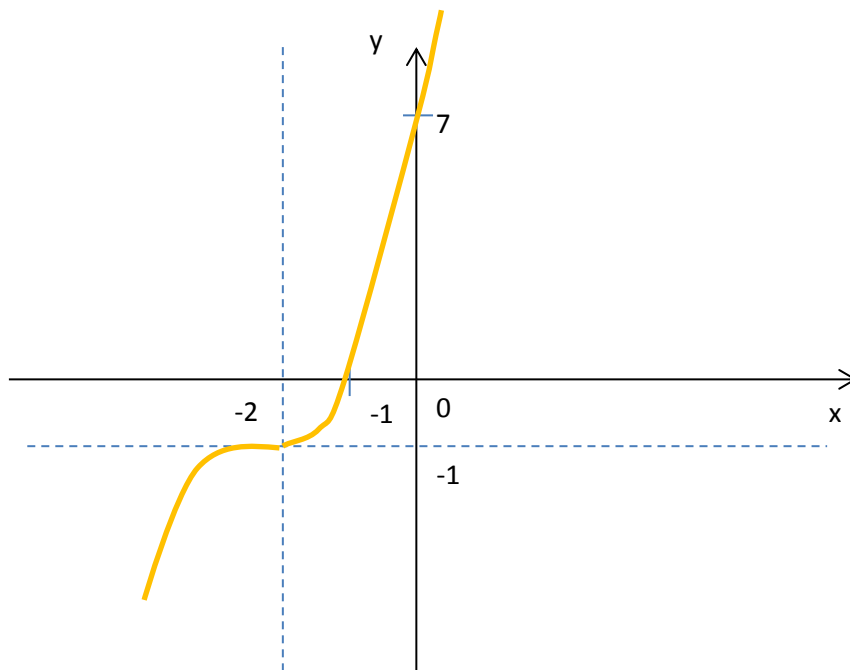
Řešení



Příklad 6

Načrtněte graf funkce $h(x) = (x + 2)^3 - 1$.

Řešení



Určení průsečíků s osami:

- a) P_x : $y = 0 \rightarrow$ řešíme rovnici ve tvaru $(x + 2)^3 - 1 = 0$; $x = -1$. $P_x[-1; 0]$
b) P_y : $x = 0 \rightarrow$ řešíme rovnici ve tvaru $y = (0 + 2)^3 - 1$; $y = 7$. $P_y[0; 7]$

Úlohy na procvičení

1. Zjednodušte daný výraz a určete podmínky řešitelnosti:

$$\frac{(a^2 - b^2)^{r+s} \cdot (a^2 + b^2)^{r+2}}{(r - s) \cdot (a^2 - b^2)^s \cdot (a^2 + b^2)^2}$$

$$\left[\frac{(a^4 - b^4)^r}{r - s}; r \neq s, a \neq \pm b \right]$$

2. Odstraňte odmocniny ze jmenovatele zlomku

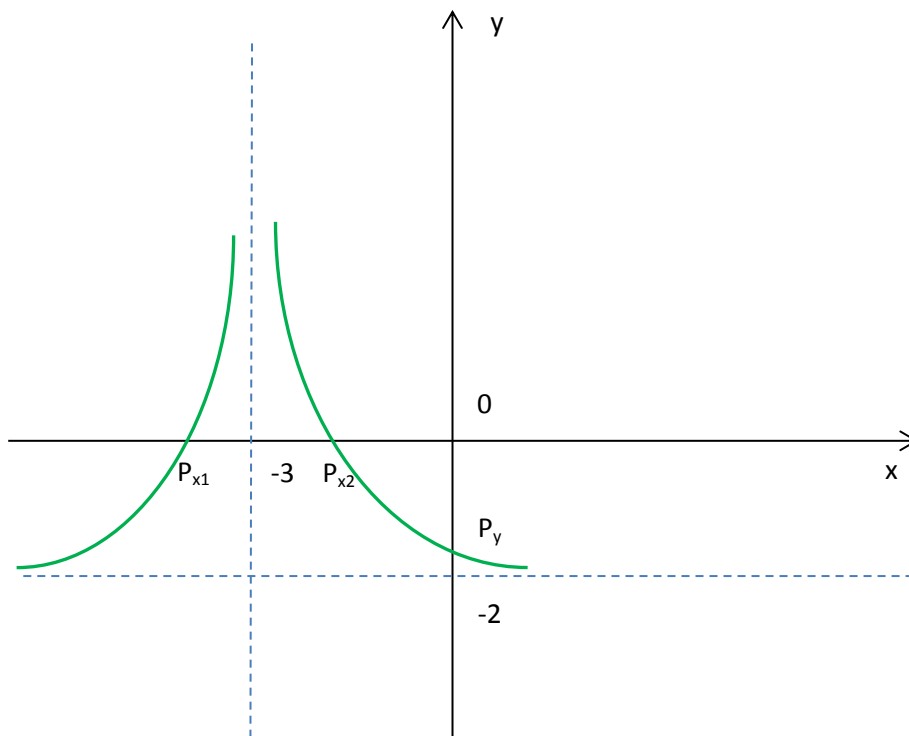
$$\frac{10}{\sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\left[\frac{10}{23} \cdot (5\sqrt{3} - 7\sqrt{2} - \sqrt{6} + 12) \right]$$

3. Řešte rovnici s neznámou $x \in R$: $\sqrt{x^3} = 8$.

[4]

4. Nakreslete graf funkce $f(x) = \frac{1}{(x+3)^2} - 2$.



$$\left[P_y \left[0; -\frac{17}{9} \right], P_{x1} \left[-3 - \frac{\sqrt{2}}{2}; 0 \right], P_{x2} \left[-3 + \frac{\sqrt{2}}{2}; 0 \right] \right]$$

Použité zdroje a literatura:

- BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.
- BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.
- CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. *Matematika – přehled středoškolského učiva*. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.
- FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Funkce*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-357-8.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.
- POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.
- SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-25485-3.