



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt
ŠABLONY NA GVM
Gymnázium Velké Meziříčí
registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

LINEÁRNÍ FUNKCE, GRAFY FUNKCÍ S ABSOLUTNÍMI HODNOTAMI

Autor	Petr Vrána
Jazyk	čeština
Datum vytvoření	20. ledna 2014
Cílová skupina	žáci 16 – 19 let
Stupeň a typ vzdělávání	gymnaziální vzdělávání
Druh učebního materiálu	vzorové příklady a příklady k procvičení
Očekávaný výstup	žák ovládá lineární funkce, grafy funkcí s absolutními hodnotami a umí je aplikovat při řešení úloh
Anotace	materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce

Příklad 1

Je daná funkce $f: y = -3x + 2$. Určete:

- $f(0); f(-3); f(5)$,
- pro která x je $f(x) = 1; f(x) = -5$,
- průsečíky grafu funkce f se souřadnými osami,
- načrtněte graf.

Řešení

- $f(0) \rightarrow y = -3 \cdot 0 + 2 = \mathbf{2}$
 $f(-3) \rightarrow y = -3 \cdot (-3) + 2 = \mathbf{11}$
 $f(5) \rightarrow y = -3 \cdot 5 + 2 = \mathbf{-13}$

- $1 = -3x + 2$
 $3x = 1$
 $x = \frac{1}{3}$
- $-5 = -3x + 2$
 $3x = 7$
 $x = \frac{7}{3}$

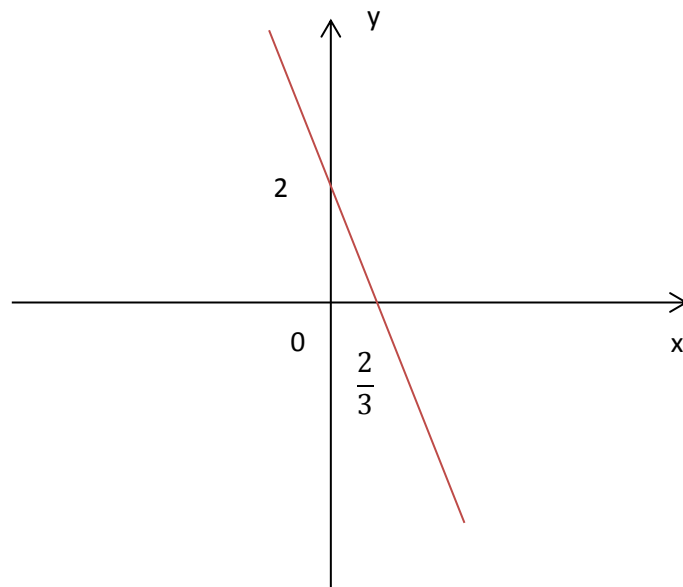
- Průsečík s osou x :

V tomto případě je $y = 0$ a proto $0 = -3x + 2 \rightarrow x = \frac{2}{3} \rightarrow P_x \left[\frac{2}{3}; 0 \right]$

Průsečík s osou y :

V tomto případě je $x = 0$ a proto $y = -3 \cdot 0 + 2 \rightarrow y = 2 \rightarrow P_y [0; 2]$

- Graf



Příklad 2

Určete předpis pro lineární funkci, jejíž graf prochází body $[1; -1]$, $[-2; 5]$.

Řešení

Lineární funkce je daná předpisem $y = ax + b$. Hodnoty x a y jsou hodnoty (souřadnice) bodů, kterými graf funkce prochází. Naším úkolem je tedy najít hodnoty koeficientů a a b v tomto vyjádření. Dosazením za x a y dostaneme soustavu dvou rovnic pro dvě neznámé. V našem případě je

$$-1 = a + b \quad / \cdot 2$$

$$\underline{5 = -2a + b}$$

$$-2 = 2a + 2b$$

$$\underline{5 = -2a + b}$$

$$3 = 3b \rightarrow b = 1; a = -2$$

Lineární funkce je tedy daná předpisem $f: y = -2x + 1$.

Příklad 3

Určete předpis pro lineární funkci, jejímž grafem je přímka, která prochází bodem $A[1; 1]$ a je rovnoběžná s přímkou BC , kde $B[2; -1]$, $C[-2; 3]$.

Řešení

Nejdříve musíme určit rovnici funkce f , která prochází přímkou BC . Budeme postupovat stejně jako v předchozím příkladu a zjistíme, že $f: y = -x + 1$.

Přímka procházející bodem A se liší hodnotou parametru b od rovnice předchozí funkce, parametr a je stejný. Dále souřadnice bodu A splňují předpis pro lineární funkci, tedy

$$g: y = -x + b$$

a dosazením souřadnic bodu A získáme hledaný parametr b .

Takže $b = 2$ a hledaný předpis je $g: y = -x + 2$.

Příklad 4

Sestrojte graf funkce $f: y = |x - 2| + 3$.

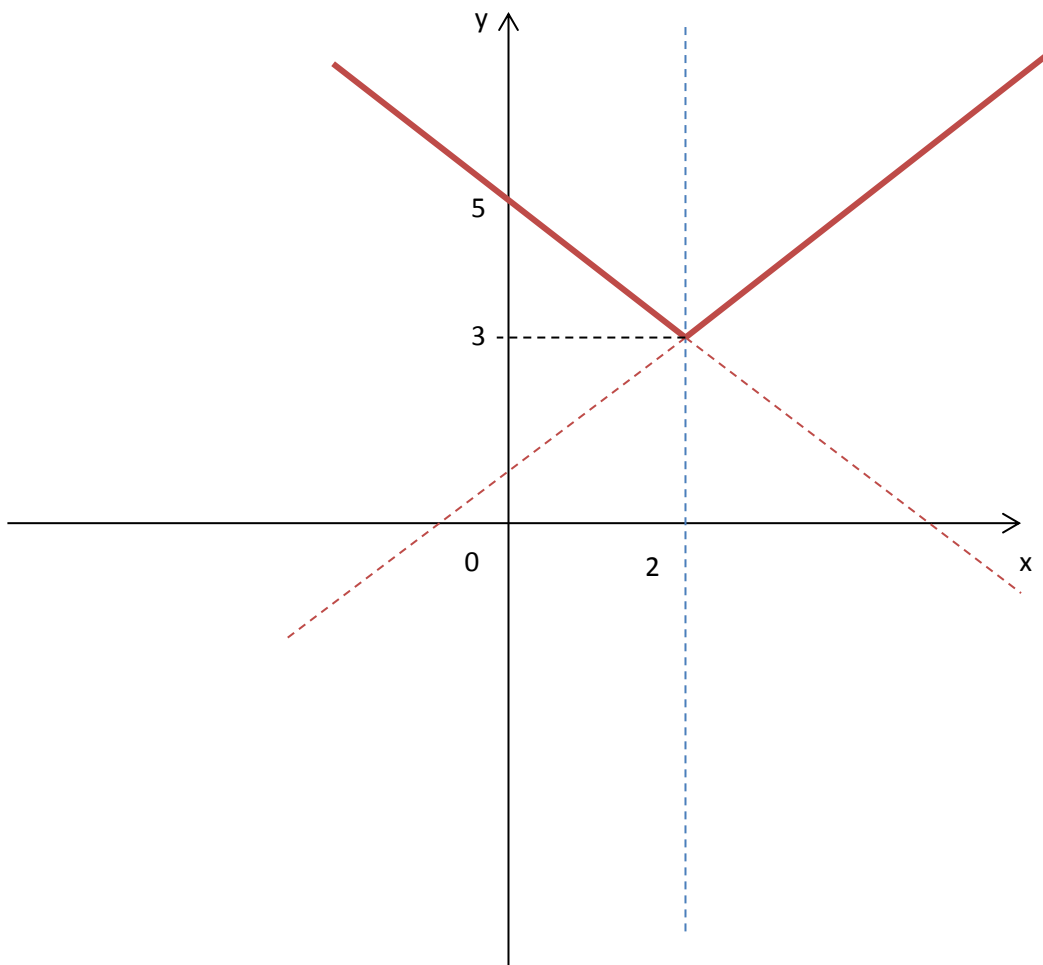
Řešení

Nejprve musíme odstranit absolutní hodnotu a to metodou nulových bodů. Tedy:

$$\begin{array}{ccccccc} & & I_1 & & 2 & & I_2 \\ & & \text{-----} & & | & & \text{-----} \\ |x - 2| & & -x + 2 & & & & x - 2 \end{array}$$

V intervalu I_1 : $y_1 = -x + 2 + 3 = -x + 5.$

V intervalu I_2 : $y_2 = x - 2 + 3 = x + 1.$



Příklad 5

Sestrojte graf funkce $g: y = 10 - 2|x - 1| + |2 - x| + |x + 2|$.

Řešení

Opět nejprve odstraníme absolutní hodnoty pomocí nulových bodů, a protože se v předpisu funkce nachází tři absolutní hodnoty, „rozpadne“ se definiční obor do čtyř podintervalů. Tedy

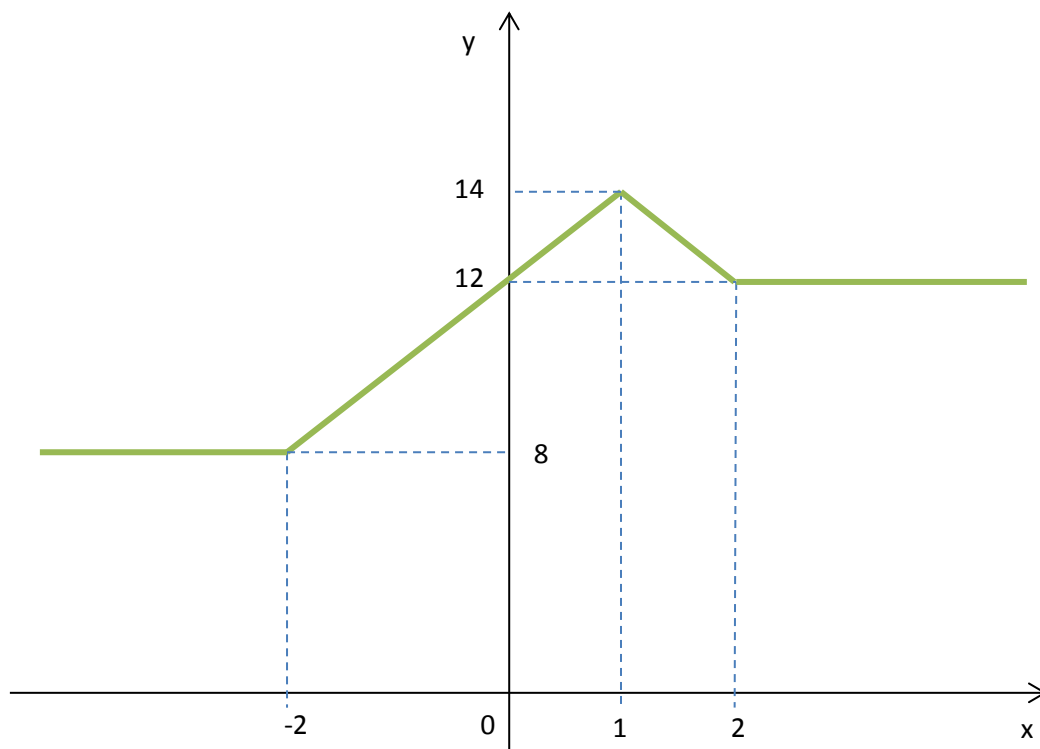
	I_1	I_2	I_3	I_4
	----- ----- ----- ----- -----			
		-2	1	2
$ x - 1 $	$-x + 1$	$-x + 1$	$x - 1$	$x - 1$
$ 2 - x $	$2 - x$	$2 - x$	$2 - x$	$x - 2$
$ x + 2 $	$-x - 2$	$x + 2$	$x + 2$	$x + 2$

$$I_1: y_1 = 10 - 2(-x + 1) + (2 - x) + (-x - 2) = 10 + 2x - 2 + 2 - x - x - 2 = 8$$

$$I_2: y_2 = 10 - 2(-x + 1) + (2 - x) + (x + 2) = 10 + 2x - 2 + 2 - x + x + 2 = 2x + 12$$

$$I_3: y_3 = 10 - 2(x - 1) + (2 - x) + (x + 2) = 10 - 2x + 2 + 2 - x + x + 2 = -2x + 16$$

$$I_4: y_4 = 10 - 2(x - 1) + (x - 2) + (x + 2) = 10 - 2x + 2 + x - 2 + x + 2 = 12$$



Úlohy k procvičení

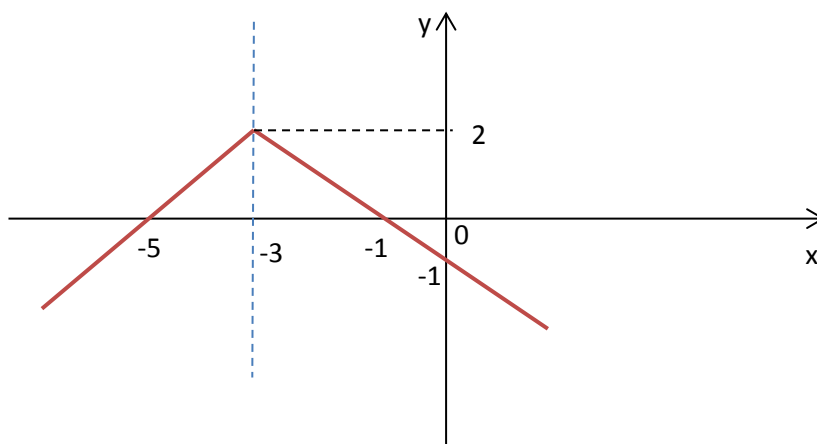
- Je daná funkce $f: y = 2x + 1$. Určete:
 - $f(0); f(-2); f(3)$,
 - pro která x je $f(x) = 5; f(x) = -3$,
 - průsečíky grafu funkce f se souřadnými osami.

$$\left[\begin{array}{l} a) 1; -3; 7 \\ b) 2; -2 \\ c) P_x \left[-\frac{1}{2}; 0 \right], P_y [0; 1] \end{array} \right]$$

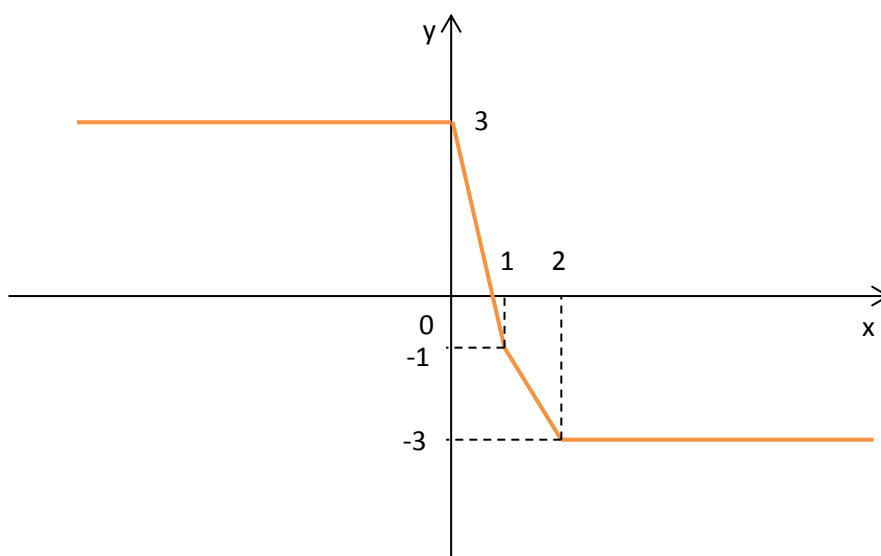
- Určete předpis pro lineární funkci, jejíž graf prochází body $[1; 2], [2; 5]$.

$$[f: y = 3x - 1]$$

- Sestrojte graf funkce $f: y = 2 - |x + 3|$.



- Sestrojte graf funkce $g: y = |x - 1| - 2|x| + |x - 2|$.



Použité zdroje a literatura:

- BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.
- BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.
- CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. *Matematika – přehled středoškolského učiva*. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.
- FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Funkce*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-357-8.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.
- POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.
- SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-25485-3.