



Projekt  
**ŠABLONY NA GVM**  
Gymnázium Velké Meziříčí  
registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

## BINOMICKÁ VĚTA

<b>Autor</b>	Petr Vrána
<b>Jazyk</b>	čeština
<b>Datum vytvoření</b>	2. 12. 2012
<b>Cílová skupina</b>	žáci 16 – 19 let
<b>Stupeň a typ vzdělávání</b>	gymnaziální vzdělávání
<b>Druh učebního materiálu</b>	vzorové příklady a příklady k procvičení
<b>Očekávaný výstup</b>	žák ovládá binomickou větu a dokáže ji aplikovat při řešení úloh
<b>Anotace</b>	materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce

## Binomická věta

### Příklad 1

Vypočítejte šestý člen binomického rozvoje  $(2 + y)^{10}$ .

*Řešení:*

Pro  $k$ -tý člen binomického rozvoje platí

$$A_k = \binom{n}{k-1} a^{n-(k-1)} b^{k-1}$$

Proto pro náš případ můžeme psát

$$A_6 = \binom{10}{5} 2^5 \cdot y^5 = 252 \cdot 32 \cdot y^5 = \mathbf{8\ 064\ y^5}$$

### Příklad 2

Určete  $x \in \mathbf{R}$  tak, aby pátý člen binomického rozvoje  $\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^9$  byl roven 2016.

*Řešení:*

Nejdříve si napíšeme pátý člen binomického rozvoje a následně budeme řešit rovnici.

Tedy

$$A_5 = \binom{9}{4} \left(\frac{2}{x}\right)^5 \cdot (-\sqrt{x})^4 = 126 \cdot \frac{32}{x^5} \cdot x^2 = \frac{4032}{x^3}$$

Dále tedy řešíme rovnici

$$\frac{4032}{x^3} = 2016$$

$$x^3 = 2$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

### Příklad 3

Který člen binomického rozvoje  $(y^2 + y^{-1})^9$  obsahuje  $y^3$ ?

*Řešení:*

V této úloze je  $n = 9$ ;  $a = y^2$ ;  $b = y^{-1}$  a proto  $k$ -tý člen tohoto rozvoje má tvar

$$\binom{9}{k-1} \cdot (y^2)^{9-(k-1)} \cdot (y^{-1})^{k-1} = \binom{9}{k-1} \cdot y^{20-2k} \cdot y^{-k+1} = \binom{9}{k-1} \cdot y^{21-3k}$$

Hledáme takový člen, který obsahuje  $y^3$ . Proto porovnáním  $y^3 = y^{21-3k}$  určíme, že

$$3 = 21 - 3k$$

a odtud již  $k = 6$ .

Šestý člen binomického rozvoje  $(y^2 + y^{-1})^9$  obsahuje  $y^3$ .

#### Příklad 4

Pomocí binomické věty vypočítejte  $0,96^5$ .

*Řešení:*

Výraz si nejprve upravíme a to  $0,96^5 = (1 - 0,04)^5$  a nyní použijeme binomickou větu

$$\begin{aligned} & (1 - 0,04)^5 = \\ &= \binom{5}{0} \cdot 1^5 - \binom{5}{1} \cdot 1^4 \cdot 0,04^1 + \binom{5}{2} \cdot 1^3 \cdot 0,04^2 - \binom{5}{3} \cdot 1^2 \cdot 0,04^3 + \binom{5}{4} \cdot 1 \cdot 0,04^4 - \binom{5}{5} \cdot 0,04^5 = \\ &= 1 - 5 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,0016 - 10 \cdot 0,000064 + 5 \cdot 0,00000256 - 0,0000001024 = \\ &= 1 - 0,2 + 0,016 - 0,00064 + 0,0000128 - 0,0000001024 = \mathbf{0,815\ 372\ 697\ 6} \end{aligned}$$

#### Úlohy na procvičení

1. Vypočítejte desátý člen binomického rozvoje  $(2a + b)^{15}$ .  
[ $A_{10} = 320\ 320\ a^6 b^9$ ]
2. Který člen binomického rozvoje  $(5 - 2m)^7$  obsahuje  $m^4$ ?  
[5. člen]
3. Určete  $x \in \mathbf{R}$  tak, aby pátý člen binomického rozvoje  $(2\sqrt{x} - \frac{3}{x})^{10}$  byl roven 3360.  
[324]
4. Pomocí binomické věty vypočítejte  $1,06^6$ .  
[1,418 519 112]

## Použité zdroje a literatura:

- BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.
- BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.
- CALDA, Emil a DUPAČ, Václav. *Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 5. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-365-3.
- CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. *Matematika – přehled středoškolského učiva*. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.
- FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.
- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.
- POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.