

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**ANALYTICKÁ GEOMETRIE PARABOLY**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Jana Homolová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 4. 11. 2012 |
| **Cílová skupina** | žáci 18 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák zná definici paraboly a její analytické vyjádření vrcholovou i obecnou rovnicí, umí určit charakteristiky paraboly, ovládá řešení úloh o vzájemné poloze přímky a paraboly |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

Řešené příklady:

**1) Napište vrcholovou rovnici paraboly, je-li dáno:**

**a) vrchol a ohnisko ,**

**b) vrchol a rovnice řídící přímky ,**

**c) vrchol a rovnice řídící přímky ,**

**d) ohnisko a rovnice řídící přímky .**

*Řešení:*

*a) Ze zadání zjistíme, že se jedná o parabolu typu*

*Rovnice má tvar . Je tedy nutné určit parametr p. Platí:*

*Parabola má rovnici:*

*b) Ze zadání vyplývá, že se jedná o parabolu typu*

*Rovnici hledáme ve tvaru . Musíme určit parametr p. Platí:*

*Parabola má rovnici:*

*c) Toto zadání určuje parabolu typu*

*Rovnice je tvaru . I v tomto případě je nutné určit hodnotu parametru p. Určíme jej stejně jako v zadání b:*

*Parabola má rovnici:*

*d) Poslední zadání určuje parabolu typu*

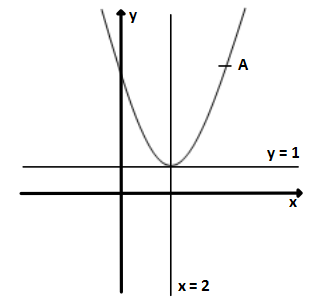
*V tomto případě má rovnice paraboly tvar . Pro parametr p platí:*

*. Uprostřed mezi řídící přímkou a ohniskem leží vrchol paraboly ⇒.*

*Parabola má rovnici:*

**2) Napište vrcholovou rovnici paraboly, která prochází bodem , její osa má rovnici a tečna ve vrcholu je přímka o rovnici .**

*Řešení:*

**

*Situaci zakreslíme do soustavy souřadné. Je vidět, že rovnici paraboly budeme hledat ve tvaru Snadno určíme souřadnice vrcholu paraboly .*

*Do rovnice paraboly dosadíme souřadnice bodu A i vrcholu V a určíme hodnotu parametru p.*

*Parabola má rovnici:*

**3) Napište rovnici paraboly, která prochází body**

*Řešení:*

*Zakreslíme-li si body do soustavy souřadné, uvědomíme si, že rovnice paraboly bude mít tvar:*

*Z polohy bodů B a C určíme rovnici osy paraboly a tím zároveň známe x-ovou souřadnici vrcholu.*

*Nyní ještě musíme určit n, p. Určíme řešením soustavy rovnic:*

*A dopočítáme p:*

*Parabola má rovnici:*

*Poznámka: 1)Úlohu lze řešit přes soustavu tří rovnic s neznámými m, n, p:*

*2) Můžeme také využít rovnici kvadratické funkce a řešit soustavu rovnic s neznámými a, b, c:*

**4) Ukažte, že rovnice je rovnicí paraboly. Určete její charakteristiky. Parabolu zakreslete do soustavy souřadné a vypočítejte souřadnice jejích průsečíků s osami.**

*Řešení:*

*Rovnici upravíme na vrcholový tvar:*

*Jedná se o parabolu, jejíž osa je rovnoběžná s osou y a parametr .*

*Vrchol paraboly:*

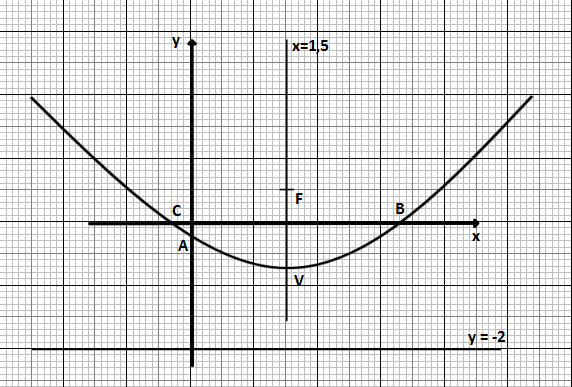
*Ohnisko paraboly:*

*Rovnice řídící přímky d:*

*Osa paraboly o:*

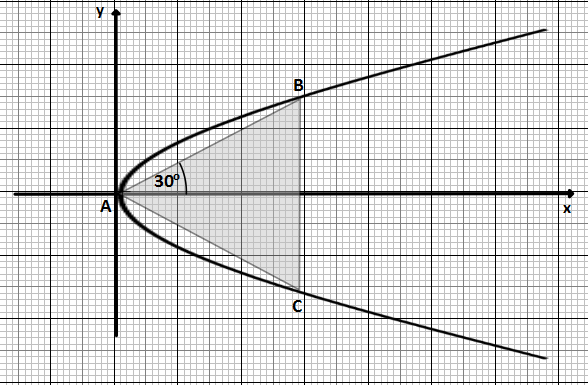
*Průsečík s osou y: do rovnice paraboly dosadit x = 0*

*Průsečíky s osou x: do rovnice paraboly dosadit y = 0 a řešit kvadratickou rovnici*

**

**5) Určete souřadnice vrcholů a délku strany rovnostranného trojúhelníka vepsaného do paraboly tak, že jeden vrchol trojúhelníka splývá s vrcholem paraboly.**

*Řešení:*

****

*Z obrázku je patrné, že body B a C mají stejnou x-ovou souřadnici a jejich y-ové souřadnice jsou opačná čísla. Přímka AB má směrový úhel 30° a tedy rovnici .*

*Souřadnice bodu B určíme, vyřešíme-li soustavu rovnic:*

*Dopočítáme y-ové souřadnice*

*Vrcholy trojúhelníka mají souřadnice:*

*Zbývá určit velikost strany trojúhelníka.*

**6) Určete nejkratší vzdálenost bodu na parabole od přímky**

*Řešení:*

*Nejkratší vzdáleností je vzdálenost dané přímky p od bodu dotyku T tečny paraboly t rovnoběžné s přímkou p.*

*Přímka p a tečna paraboly t s ní rovnoběžná budou mít stejné směrnice.*

*Směrnicový tvar přímky p:*

*Rovnice tečny t k dané parabole bude mít tvar:*

*Porovnáním obou směrnic vypočítáme y-ovou souřadnici bodu dotyku:*

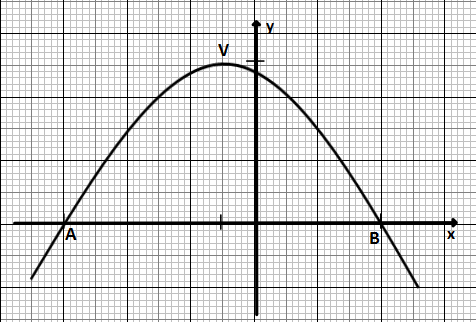
*Bod dotyku leží na parabole, proto z její rovnice určíme x-ovou souřadnici bodu dotyku:*

*Bod dotyku má souřadnice:*

*Vypočítáme vzdálenost bodu T od přímky p.*

**7) Napište rovnici paraboly, která má osu rovnoběžnou s některou souřadnicovou osou, vrchol a na ose x vytíná tětivu o délce 10.**

*Řešení:*

**

*Zakreslíme-li si situaci, bude řešení snadné.*

*Parabola má rovnici ve tvaru:*

*Souřadnice vrcholu jsou dané, zbývá určit parametr p.*

*Jestliže tětiva na ose x má velikost 10, tak body A a B mají souřadnice:*

*Dosadíme-li nyní do rovnice paraboly souřadnice vrcholu a jednoho z bodů A, B, vypočítáme parametr p.*

*Rovnice paraboly:*

Příklady k procvičování:

1) Napište vrcholovou rovnici paraboly, je-li dáno:

a) ohnisko a rovnice řídící přímky ,

b) vrchol a rovnice řídící přímky ,

c) vrchol a ohnisko ,

d) vrchol , bod A a osa paraboly rovnoběžná s osou x.

(správné řešení: a) ; b) ;

c) ; d) )

2) Určete parametr, souřadnice vrcholu a ohniska, rovnici osy a rovnici řídící přímky paraboly .

(správné řešení: )

3) Napište vrcholovou rovnici paraboly (), jsou-li dány její tři body: .

(správné řešení: )

4) Vyšetřete vzájemnou polohu paraboly a přímky . A pokud existují společné body, určete jejich souřadnice.

(správné řešení: přímka je sečnou, )

5) Napište rovnici tečny paraboly v bodě dotyku .

(správné řešení: )

6) Napište rovnici paraboly s vrcholem v počátku soustavy souřadné, s osou v ose x, jestliže se dotýká přímky .

(správné řešení: )

7) Ve kterém svém bodě má parabola tečnu svírající s osou x úhel .

(správné řešení: )

8) Napište rovnice tečen paraboly vedených z bodu . Pak určete, jak velký úhel tečny svírají.

(správné řešení: )

Použité zdroje a literatura:

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: analytická geometrie*. 2., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 220 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6163-9.

PETÁKOVÁ, Jindra a Leo BOČEK. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 147 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6095-0.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 195 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.

BUŠEK, Ivan, Božena MANNOVÁ, Jaroslav ŠEDIVÝ a Beloslav RIEČAN. *Sbírka úloh z matematiky pro III. ročník gymnázií*. 1. vyd. Praha: SPN, 1987.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985.

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983.

VEJSADA, František a František TALAFOUS. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnasia*. 1. vydání. Praha: SPN, 1969.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983.