

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**ANALYTICKÁ GEOMETRIE ROVINY, POLOHOVÉ VZTAHY ROVIN A PŘÍMEK**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Iva Kašparová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 21. 9. 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá přímky a roviny vyjádřit obecnou rovnicí i parametricky, umí určit jejich vzájemnou polohu v prostoru a umí vše aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**ANALYTICKÁ GEOMETRIE ROVINY, POLOHOVÉ VZTAHY ROVIN A PŘÍMEK**

**Přiklad 1**

**Napište obecnou rovnici roviny ABC, je-li : . Zjistěte, zda bod  leží v rovině ABC. Dále určete souřadnici bodu  tak, aby bod D ležel v rovině ABC.**

*Řešení:*

*Určíme směrové vektory roviny ABC:*

*Určíme normálový vektor roviny ABC jako vektorový součin obou vektorů směrových:*

**

*Určíme obecnou rovnici roviny ABC dosazením normálového vektoru:*

*2x + y - z + d = 0*

*Dosadíme souřadnice libovolného body roviny ABC, např. bod A:*

*2.1 + 1.1 - 4 + d = 0*

 *d = 1*

***Obecná rovnice roviny ABC tedy je:***

***2x + y - z + 1 = 0***

*Za x, y, z dosadíme souřadnice bodu M a zjistíme, zda dostaneme platnou rovnost:*

*2.1 + 2 - 3 + 1 = 0*

 *2ǂ0* ***⇒ MABC****.*

*Dosazením bodu D dostaneme:*

*2.1 + - 5 + 1 = 0*

***= 2.***

**Příklad 2**

**Je dána rovina α: 2x + 3y - z - 6 = 0 a přímka p: x = 1 - t, y = 2 + 2t, z = 4 + 3t, kde tϵR. Určete vzájemnou polohu přímky a roviny, jsou-li různoběžné, určete průsečík.**

*Řešení:*

*Normálový vektor rovin α má souřadnice , směrový vektor přímky p*

*. Skalární součin  není roven 0, tzn., že vektory nejsou kolmé, proto* ***je přímka p různoběžná s rovinou α a hledáme tedy průsečík****.*

*Dosazením parametrického vyjádření přímky do obecné rovnice roviny dostaneme:*

*2 - 2t + 6 + 6t - 4 - 3t - 6 = 0* $⇒$ *t = 2*

*Dosazením zpět do rovnice p tak* ***dostaneme průsečík ***

**Příklad 3**

**Určete vzájemnou polohu rovin α a β.**

1. **α: 2x - 5y + 4z -10 = 0, β: 4x - 10y + 8z -10 = 0**
2. **α: 2x - 5y + 4z -10 = 0, β: x - y - z - 2 = 0**

*Řešení:*

1. *Souřadnice normálových vektorů jsou:*

* ⇒  ⇒* ***αǁβ.***

*Zjistíme, zda jsou α a β také totožné, tedy určíme, zda existuje společný bod obou rovin. Řešíme tedy soustavu rovnic:*

 *2x - 5y + 4z -10 = 0*

*4x - 10y + 8z -10 = 0*

*dostaneme: 10 = 0, tzn., takový bod neexistuje⇒* ***α a β jsou rovnoběžné různé roviny.***

1. * ⇒  ⇒* ***α a β jsou různoběžné roviny ⇒ určíme průsečnici.***

*V soustavě rovnic*

 *2x - 5y + 4z -10 = 0*

 *x - y - z - 2 = 0*

*Zvolíme parametr z = t a vyjádříme x a y. Dostaneme:*

***x = 3t, y = -2+ 2t, z = t, což je parametrické vyjádření průsečnice***

***rovin α a β.***

**Úlohy k procvičení:**

1. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází body  a je rovnoběžná s přímkou CD, .

*[ x - 3y - z + 17 = 0].*

1. Určete vzájemnou polohu přímky p a roviny α:
2. p: x = 1 - t, y = t, z = 2 - 3t, tϵR a α: -x + 2y + z - 1 = 0
3. p(P,), , α: x + y - z = 4
4. p = AB,, α: 2x + y - z = 0.

*[ a) p**α, b) p je různoběžná s α a P[0;6;2], c) pǁα]*

1. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem M a je rovnoběžná s rovinou α.

M[1;1;0], α: x - y - 1 = 0

*[ x - y = 0].*

1. Určete hodnotu parametru a, b ϵ R tak, aby přímka

 p = {[a - t; 1 + bt; 2 - 2t], tϵR} byla s rovinou α: x + 2y - z - 10 = 0

1. různoběžná
2. ležela v rovině α
3. rovnoběžná a neležela v rovině α.

*[a) bǂ-½, aϵR, b) b=-½ a = 10, c) b=-½ aǂ10]*

Použité zdroje a literatura:

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: *Analytická geometrie*. 2. upravené vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-163-9.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.