



Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**UŽITÍ TRIGONOMETRIE V PRAXI**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk**  **Datum vytvoření** | čeština  20. února 2014 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá pojem sinová a kosinová věta a umí je aplikovat při řešení úloh z praxe |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Příklad 1**

Letadlo letí ve výšce 2500 m vzhledem k pozorovatelně. V okamžiku prvního měření bylo vidět pod výškovým úhlem 28°, při druhém měření pod výškovým úhlem 50°. Určete vzdálenost, kterou uletělo mezi oběma měřeními.

*Řešení*

x

Q

P

B

h

A

C

Nejdříve si z trojúhelníku určíme pomocí trigonometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku vzdálenost Zde platí:

Nyní obdobně v trojúhelníku určíme vzdálenost Zde platí:

Nakonec určíme vzdálenost mezi body

Letadlo mezi dvěma měřeními uletělo vzdálenost 2604 m.

**Příklad 2**

Řeka široká 900 m má přímý tok. Rychlost proudu v řece je Převážející parník pluje kolmo na směr proudu rychlostí Jaký úhel svírá dráha výsledného pohybu se směrem kolmým na proud řeky? Jak velkou rychlostí parník pluje? Jakou celkovou dráhu mezi břehy urazí?

*Řešení*

Nejdříve určíme úhel **,** který svírá výsledná rychlost se směrem kolmým na proud řeky. Využijeme vlastností pravoúhlého trojúhelníku a tedy

Nyní určíme velikost výsledné rychlosti parníku a to použitím Pythagorovy věty. Proto

Nakonec určíme skutečně uraženou vzdálenost. Kdyby se parník pohyboval po klidné vodě, ujel by vzdálenost 900 m za dobu

V řece urazí za tuto dobu vzdálenost

Parník pluje rychlostí , výsledný pohyb se odchyluje o 26°34´od kolmého směru a při své plavbě urazí vzdálenost 1006 m.

**Příklad 3**

Dvě přímé cesty se křižují v úhlu Na jedné z nich stojí dva sloupy, jeden na křižovatce, druhý ve vzdálenosti 500 m od ní. Jak daleko musíme jít od křižovatky po druhé cestě, aby byly oba sloupy vidět v zorném úhlu 15°?

*Řešení*

B

Q

A

P

Pozor, tato úloha má dvě řešení. Od křižovatky můžeme jít buď vpravo, nebo vlevo. Proto:

1. Vpravo

Určíme nejdříve úhel Nyní už počítáme pomocí sinové věty ve tvaru

1. Vlevo

Obdobně jako v případě a) určíme velikost úhlu Dále opět využitím sinové věty dopočítáme vzdálenost. Tedy

Musíme jít 1797 m vpravo od křižovatky, nebo 1203 m vlevo od křižovatky.

**Příklad 4**

Sílu o velikosti rozložte na dvě složky tak, aby s ní svíraly úhly o velikostech a Vypočítejte velikosti složek.

*Řešení*

**F2**

**F**

**F1**

Rozložit sílu na dvě složky je opačná operace ke skládání sil. Využijeme však poznatky o skládání sil (zejména doplnění na rovnoběžník) k výpočtu složek **F1** a **F2**. Také určíme třetí úhel v naznačených trojúhelnících,

Dále použijeme sinovou větu a to:

a

Velikosti složek jsou 755 N a 735 N.

**Příklad 5**

Ze stanice vyjedou současně dva vlaky po přímých tratích, které svírají úhel První vlak se pohybuje rychlostí o velikosti , druhý vlak se pohybuje rychlostí o velikosti Jak daleko od sebe budou za 5,5 minuty?

*Řešení*

Nejdříve určíme, do jaké vzdálenosti od stanice oba vlaky za stanovený čas dojedou. Takže

Nyní obrázek

y

R

Q

a

x

b

S

b

P

Pozor, i tato úloha má dvě řešení. Druhý vlak (podle našeho obrázku) se může pohybovat vpravo, nebo vlevo!

Při řešení této úlohy použijeme kosinovou větu.

Vlaky budou od sebe vzdálené 8885 m, nebo 1911 m.

**Úlohy k procvičení**

1. Dvě síly o velikostech působí v jednom bodě tělesa a svírají spolu úhel o  velikosti Jak velká musí být třetí síla působící v tomto bodě, aby zrušila účinek dvou původních sil? Jaký úhel svírá třetí síla se silou
2. Určete vzdálenost dvou bodů , které jsou na druhém břehu řeky, jestliže vzdálenost bodů je 2000 m a velikosti úhlů jsou

B

x

A

D

C

1. Z pozorovatelny vysoké 12 m a vzdálené 25 m od břehu řeky se jeví šířka řeky v zorném úhlu Vypočítejte šířku řeky.

A

v

x

d

B

D

C

**Použité zdroje a literatura:**

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Goniometrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-359-2.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.

SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-25485-3.