

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**LOGARITMICKÉ ROVNICE**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Jana Homolová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 8. 1. 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá definici logaritmu a pravidla pro počítání s logaritmy a umí je aplikovat při řešení logaritmických rovnic  |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

Teorie:

Logaritmické rovnice jsou rovnice, kde neznámá se vyskytuje v argumentu logaritmu. Při řešení logaritmických rovnic využíváme definici logaritmu, vlastnosti logaritmických funkcí a následující pravidla:

Řešené příklady:

**1) V R řešte rovnici**

*Rovnici můžeme řešit tak, že stanovíme její definiční obor nebo tento krok neučiníme a pak musíme nutně provádět zkoušku správnosti. Ukážeme způsob se stanovením definičního oboru.*

*Pro stanovení definičního oboru platí 3 podmínky:*

*Všechny 3 podmínky platí současně, definiční obor rovnice je tedy jejich průnikem:*

*Nyní přistoupíme k řešení rovnice:*

*Pouze druhý kořen patří do definičního oboru dané rovnice a je tedy jejím jediným řešením.*

**2) V R řešte rovnici**

*U této rovnice nebudeme stanovovat definiční obor, proto zkouška správnosti bude nedílnou součástí řešení.*

*Při řešení využijeme substituci*

*Vrátíme se k substituci*

*Dle definice logaritmu platí:*

*Provedeme zkoušku správnosti.*

*Zkouška potvrdila, že rovnice má jediné řešení a sice*

**3) V R řešte rovnici .**

*Pomocí vět o logaritmech rovnici upravíme na tvar:*

*Porovnáme argumenty logaritmů a budeme řešit rovnici:*

*Získali jsme rovnici v součinovém tvaru, vyřešením získáme 3 kořeny:*

*Zkouškou zjistíme, zda všechny tři získané hodnoty jsou řešením dané rovnice.*

 *- označený argument je 0, ale logaritmus je definován pro kladné hodnoty, číslo 1 tedy není řešením dané rovnice*

*Na základě zkoušky je kořen řešením dané rovnice.*

 *- označený argument je záporné číslo, ale logaritmus je definován pro kladné hodnoty, číslo není kořenem dané rovnice*

**4) V R řešte rovnici**

*Při první úpravě rovnice uplatníme definici logaritmu () a pravidla pro počítání s logaritmy a získáme rovnici ve tvaru:*

*Dál budeme řešit rovnici s neznámou pod odmocninou.*

*Určíme kořeny kvadratické rovnice.*

*Provedeme zkoušku správnosti.*

 *- číslo je kořenem dané rovnice*

 *– označený výraz není definován ⇒ číslo není kořenem dané rovnice*

**5) Určete všechna reálná čísla x, která jsou kořeny rovnice**

*Rovnici začneme řešit tak, že její levou i pravou stranu zlogaritmujeme. V dalším kroku potom uplatníme definici logaritmu a pravidla pro počítání s logaritmy.*

*Levou stranu kvadratické rovnice převedeme na součin kořenových činitelů.*

*Provedeme zkoušku správnosti.*

*Obě hodnoty zkoušce vyhovují, daná rovnice má v R dva kořeny 0,01 a 10.*

**6) V R určete kořeny rovnice**

*Protože se v rovnici objevuje výraz v absolutní hodnotě, musíme při řešení rovnice rozlišovat 2 případy.*

*Za tohoto předpokladu budeme řešit rovnici:*

*Číslo 10 je prvkem intervalu, v němž rovnici řešíme, proto je kořenem rovnice.*

*Za tohoto předpokladu řešíme rovnici:*

*- pomocí substituce určíme kořeny kvadratické rovnice*

*– tato hodnota však nepatří do intervalu , není kořenem dané rovnice*

 *- určená hodnota patří do intervalu , je kořenem dané rovnice*

**7) V R řešte nerovnici**

*Pomocí pravidel pro počítání s logaritmy a za předpokladu, že , nerovnici upravíme.*

*Protože v nerovnici jsou logaritmy se základem 0,5, budou další kroky vycházet z definice klesající funkce .*

**8) V R X R řešte soustavu rovnic s neznámými x a y:**

*Soustavu budeme řešit za předpokladu, že x a y jsou kladná reálná čísla.*

*Upravíme druhou rovnici soustavy.*

*Dál budeme řešit pomocí substituce .*

*Použijeme dosazovací metodu, kdy si z první rovnice si vyjádříme , dosadíme do druhé rovnice. Snadno vypočteme: a = 3, b = 1.*

*Vrátíme se k substituci a určíme neznámé x a y.*

*Řešením je uspořádaná dvojice*

Příklady k procvičování:

V R vyřešte dané rovnice:

1. (správné řešení: x= -3)
2. (správné řešení: x = )
3. (správné řešení: x= 4,5)
4. (správné řešení: x= 0,1)
5. (správné řešení: x1 = ; x2 = )
6. (správné řešení: x1 = 100; x2 = 0,01)
7. (správné řešení: x= 10 000)
8. (správné řešení: x1 = 10; x2 = 0,001)
9. (správné řešení: x1 = 243; x2 = )
10. (správné řešení: x1 = 0,01; x2 = )
11. (správné řešení: x1 = 10; x2 = )
12. (správné řešení: x= 256)
13. (správné řešení: x1 = 1000; x2 = )
14. (správné řešení: x1 = 10; x2 = 0,01)
15. (správné řešení: x= 2)
16. (správné řešení: x= -4,5)

Použité zdroje a literatura:

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Funkce*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-357-8.

PETÁKOVÁ, Jindra a Leo BOČEK. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 147 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6095-0.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 195 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.

SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-25485-3.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985.

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983.

VEJSADA, František a František TALAFOUS. *Sbírka úloh z matematiky pro gymnasia*. 1. vydání. Praha: SPN, 1969.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983.