

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**MOCNINY A MOCNINNÉ FUNKCE, ODMOCNINY**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk****Datum vytvoření** | čeština2. února 2014 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá mocniny, mocninné funkce a odmocniny a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Příklad 1**

 Zjednodušte následující výraz a určete, kdy má smysl:

$$\frac{a^{2x}+6a^{x}+9}{a^{2x}-9}.$$

*Řešení*

Výrazy v čitateli i ve jmenovateli upravíme a rozložíme na součin pomocí vzorců:

$$\frac{a^{2x}+6a^{x}+9}{a^{2x}-9}=\frac{\left(a^{x}\right)^{2}+6a^{x}+9}{\left(a^{x}\right)^{2}-9}=\frac{\left(a^{x}+3\right)^{2}}{\left(a^{x}+3\right)·\left(a^{x}-3\right)}=\frac{a^{x}+3}{a^{x}-3}.$$

Podmínky řešitelnosti: $a^{x}\ne \pm 3.$

**Příklad 2**

 Zjednodušte následující výraz a určete, kdy má smysl:

$$\left(x^{-2}+y^{-1}\right)^{-2}.$$

*Řešení*

$$\left(x^{-2}+y^{-1}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(x^{-2}+y^{-1}\right)^{2}}=\frac{1}{\left(\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y}\right)^{2}}=\left(\frac{1}{\frac{x^{2}+y}{x^{2}·y}}\right)^{2}=\left(\frac{x^{2}·y}{x^{2}+y}\right)^{2}.$$

Podmínky řešitelnosti: $x\ne 0, y\ne 0, x^{2}+y\ne 0.$

**Příklad 3**

 Odstraňte odmocniny ze jmenovatele zlomku

$$\frac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}} .$$

*Řešení*

Zlomek musíme usměrnit opakovaně dvakrát. Tedy

$$\frac{5}{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{5}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}} ·\frac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}}=\frac{5·\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^{2}-3}=$$

$$=\frac{5·\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]}{5+2\sqrt{10}+2-3}=\frac{5·\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]}{4+2\sqrt{10}}·\frac{4-2\sqrt{10}}{4-2\sqrt{10}}=\frac{5·\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]·\left(4-2\sqrt{10}\right)}{16-40}= $$

$$=\frac{20·\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]-10\sqrt{10}·\left[\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\right]}{-24}=\frac{5}{12}·\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{30}\right).$$

**Příklad 4**

 Řešte rovnici s neznámou $x\in R:$ $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{5}}}=4.$

*Řešení*

Výraz na levé straně rovnice upravíme podle pravidel pro počítání s odmocninami a pak rovnici vyřešíme.

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{5}}}=4$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{x^{5}}}=4$$

$$\sqrt[3]{x}=4$$

$$x=4^{3}$$

$$x=64$$

**Příklad 5**

Nakreslete grafy funkcí *f* a *g* v jedné soustavě souřadnic.

 $f\left(x\right)= \frac{1}{x^{2}}; g\left(x\right)=\frac{1}{\left(x-2\right)^{2}}+1.$

y

*Řešení*

g(x)

f(x)

1

2

x

0

**Příklad 6**

Načrtněte graf funkce $h\left(x\right)=\left(x+2\right)^{3}-1.$

y

*Řešení*

7

-2

-1

x

0

-1

 Určení průsečíků s osami:

1. Px: $y=0 \rightarrow $řešíme rovnici ve tvaru $\left(x+2\right)^{3}-1=0;x=-1$. $P\_{x}\left[-1;0\right]$
2. Py: $x=0 \rightarrow $ řešíme rovnici ve tvaru $y= \left(0+2\right)^{3}-1;y=7.$ $P\_{y}\left[0;7\right]$

**Úlohy na procvičení**

1. Zjednodušte daný výraz a určete podmínky řešitelnosti:

$$\frac{\left(a^{2}-b^{2}\right)^{r+s}·\left(a^{2}+b^{2}\right)^{r+2}}{\left(r-s\right)·\left(a^{2}-b^{2}\right)^{s}·\left(a^{2}+b^{2}\right)^{2}}.$$

$$\left[\frac{\left(a^{4}-b^{4}\right)^{r}}{r-s};r\ne s, a\ne \pm b\right]$$

1. Odstraňte odmocniny ze jmenovatele zlomku

$$\frac{10}{\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}} .$$

$$\left[\frac{10}{23}·\left(5\sqrt{3}-7\sqrt{2}-\sqrt{6}+12\right)\right]$$

1. Řešte rovnici s neznámou $x\in R:$ $\sqrt{x^{3}}=8.$

$\left[4\right]$

1. Nakreslete graf funkce $f\left(x\right)= \frac{1}{\left(x+3\right)^{2}}-2.$

y

0

Px2

Px1

-3

x

Py

-2

$\left[P\_{y}\left[0;-\frac{17}{9}\right], P\_{x1}\left[-3-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right], P\_{x2}\left[-3+\frac{\sqrt{2}}{2};0\right]\right]$

**Použité zdroje a literatura:**

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia – Funkce*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-357-8.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.

SCHMIDA, Jozef a KOL. *Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií*. 2. vydání. Praha: SPN, 1991. ISBN 80-04-25485-3.