

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**OPERACE S KOMBINAČNÍMI ČÍSLY A S FAKTORIÁLY, KOMBINACE**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Petr Vrána |
| **Jazyk**  **Datum vytvoření** | čeština  2. 12. 2012 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá operace s kombinačními čísly a s faktoriály a kombinace a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**Operace s kombinačními čísly a s faktoriály, kombinace**

**Příklad 1**

Které z čísel , je větší?

*Řešení:*

Čísla A, B vyjádříme pomocí definice kombinačního čísla a dále budeme řešit nerovnici mezi kombinačními čísly. Tedy

*Symbol ⌂ zde nyní nahrazuje neznámé znaménko rovnosti či nerovnosti*

Čísla 360! ve jmenovateli můžeme krátit a ostatní faktoriály rozepsat a dostaneme

a dále

Zlomek je číslo větší než 1 a proto platí

a celkově (podle porovnávání zlomků) je

a tedy .

**Příklad 2**

Víte-li, že , určete a) b) .

*Řešení:*

1. Podle definice kombinačního čísla platí . Proto také platí
2. Pro výpočet využijeme následující úpravu

Konkrétně pro náš případ je a

**Příklad 3**

V množině řešte rovnici .

*Řešení:*

Pro vyřešení této úlohy si stačí uvědomit, že . Proto platí

dále

a také

Proto nebo **.**

**Příklad 4**

Řešte rovnice s neznámou :

1. .

*Řešení:*

1. Nejprve stanovíme definiční obor rovnice . Rovnici upravíme podle pravidel pro počítání s kombinačními čísly a faktoriály na tvar

Proto **.** Oba kořeny vyhovují zadání úlohy a definičnímu oboru rovnice.

1. U tohoto typu rovnice nejprve využijeme substituci a to

Potom dostáváme rovnici

Po dosazení do substituce máme

ba)

… vyhovuje řešení úlohy

… nevyhovuje řešení úlohy

bb) … to je ale v rozporu s definicí kombinačního čísla a proto nemá smysl pokračovat dále.

Závěr: řešením dané rovnice je pouze číslo 4.

**Příklad 5**

Test přijímacích zkoušek se skládá z 10 otázek z biologie, 15 otázek z chemie a z 8 otázek z fyziky. V každém předmětu se vybírá ze souboru 120 otázek. Kolik je možností sestavit test?

*Řešení:*

Na pořadí otázek při výběru nezáleží a již vybraná a zařazená otázka se nemůže opakovat. Jedná se proto o kombinace bez opakování.

Počet možností výběru otázek pro jednotlivé předměty je:

* biologie
* chemie
* fyzika

Celkem je tedy podle pravidla kombinatorického součinu

možností sestavení přijímacího testu.

**Příklad 6**

V cukrárně mají 10 druhů zákusků v dostatečném množství. Kolika způsoby si můžeme koupit 25 zákusků?

*Řešení:*

Vybíráme 25 zákusků z deseti nabízených druhů, od každého druhu zákusku je v cukrárně k dispozici nejméně 25 kusů (dostatečné množství), na pořadí vybíraných zákusků přitom nezáleží. Počet všech možností pro výběr zákusků je

**Úlohy k procvičení**

1. Kolikrát je číslo větší než číslo ?
2. Víte-li, že , určete
3. Jedním kombinačním číslem vyjádřete
4. V množině řešte rovnici
5. Řešte rovnice s neznámou :

8. Kolika způsoby lze 4 chlapce a 8 dívek rozdělit na dvě šestičlenná volejbalová družstva tak, aby v každém družstvu byla čtyři děvčata a 2 chlapci?
9. V prodejně uzenin mají 8 druhů klobás v dostatečném množství. Kolika způsoby můžeme vybrat dvanáct nožek klobás?

Použité zdroje a literatura:

BENDA, Petr. A KOL. *Sbírka maturitních příkladů z matematiky*. 8. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-573-83.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.

CALDA, Emil a DUPAČ, Václav. *Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika*. 5. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-365-3.

CIBULKOVÁ, Eva a KUBEŠOVÁ Naděžda. Matematika – přehled středoškolského učiva. 2. vydání. Nakl. Petra Velanová, Třebíč, 2006. ISBN 978-80-86873-05-3.

FUCHS, Eduard a Josef KUBÁT. A KOL. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-7196-095-0.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 4. vydání. Praha: SPN, 1983. ISBN 14-351-83.