**Složené výroky, logické spojky**

1. Z daných výroků *p*: Je hezké počasí, *q*: Nejdu do kina, utvořte složené výroky
* $¬p$
* $¬q$
* $p˄q$
* $p˅q$
* $p⇒q$
* $p⇔q$
* $p$ $˅$ $q$ symbol $˅$ značí *buď …, nebo (anebo) …* (ve smyslu vylučovacím, tj. ve smyslu právě jeden)

Užitím tabulky pravdivostních hodnot rozhodněte, které z nich jsou pravdivé a které nepravdivé.

1. Na večírek bylo pozvaných 5 přátel, označme je K, L, M, N, P. Jejich odpovědi na pozvání lze vyjádřit výroky:
2. Přijde K a přijde L.
3. Přijde L nebo přijde M.
4. Jestliže přijde M, pak přijde také N.
5. P přijde právě tehdy, když přijde M.

Pro nepříznivé počasí nepřišel nikdo z nich. Rozhodněte, kteří z pozvaných přesto neporušili slib, tj. které z výroků a) až d) se ukázaly pravdivé.

1. Ověřte, že jsou logicky ekvivalentní tyto dvojice výrokových formulí (čili, že jejich ekvivalence jsou tautologicky pravdivé):
2. $\left(p ˄ ¬q\right) ˅ \left(¬p ˅ q\right) $ a $p$ $˅$ $q$ symbol $˅$ značí *buď …, nebo (anebo) …* (ve smyslu vylučovacím, tj. ve smyslu právě jeden)
3. $¬p ˅ q$ a $p ⇒q$
4. $\left(p ⇒q\right) ˄ (q ⇒p)$ a $p⇔q$
5. Když si dám kávu, dám si i moučník. Nedám-li si zmrzlinu, pak si nedám moučník. Vyplývá z uvedeného, že když si dám kávu, dám si i zmrzlinu?

Řešení:

Označme si jednotlivé výroky:

A: Dám si kávu.

B: Dám si moučník.

C: Dám si zmrzlinu.

Přepíšeme si jednotlivé složené výroky symbolicky:

Když si dám kávu, dám si i moučník: .

Nedám-li si zmrzlinu, pak si nedám moučník: .

Oba tyto výroky mají být splněny současně, tedy předpokladem implikace je konjunkce .

Když si dám kávu, dám si i zmrzlinu: .

Nyní musím zjistit, zda je výrok  tautologie (tedy zda je pravdivostní hodnota uvedené implikace vždy 1 nezávisle na pravdivostních hodnotách výroků A, B, C).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |
| --- |
|  |
| 1 |
| 1 |
| 1 |
| 1 |
| 1 |
| 1 |
| 1 |
| 1 |

Výrok  je tautologie. Můžeme tedy říci, že uvedený úsudek je správný.

Ano, z výroků „Když si dám kávu, dám si i moučník.“ a „Nedám-li si zmrzlinu, pak si nedám moučník“ vyplývá, že když si dám kávu, dám si i zmrzlinu

1. Činnost turbogenerátorů A, B, C v jedné elektrárně je dána následujícími podmínkami: Pokud není v chodu A, pak je v činnosti B. Není-li v provozu B a není v provozu ani C, pak je mimo provoz i A. Když je A vypnutý a B zapnutý, potom je zapnutý také C. Určete všechny možnosti pro práci uvedené trojice turbogenerátorů a pokuste se jej vystihnout co nejstručněji.

Řešení:

Označme si jednotlivé výroky:

A: Turbogenerátor A je zapnutý.

B: Turbogenerátor B je zapnutý.

C: Turbogenerátor C je zapnutý.

Opět si přepíšeme jednotlivé složené výroky:

Pokud není v chodu A, pak je v činnosti B: .

Není-li v provozu B a není v provozu ani C, pak je mimo provoz i A: .

Když je A vypnutý a B zapnutý, potom je zapnutý také C: .

Zapíšeme si tabulku pravdivostních hodnot uvedených složených výroků (ty jsou v tabulce znázorněny šedě). Hledáme možnosti, kdy jsou splněny všechny tři podmínky ze zadání (ve všech šedých sloupcích musí být pravdivostní hodnota 1 – příslušné řádky jsou zvýrazněny).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Pro práci turbogenerátorů tedy existují čtyři možnosti: Zapnuté jsou všechny tři. Zapnuté jsou právě A a B. Zapnuté jsou právě A a C. Zapnuté jsou právě B a C.

Stručněji vyjádřeno: V chodu jsou vždy aspoň dva turbogenerátory.