Aleš Trojánek
Gymnázium Velké Meziříčí

Projekt **ŠABLONY NA GVM**
registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948
III-2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

1. Mechanika

1. 5. Hybnost, práce, výkon

Autor:	Aleš Trojánek
Jazyk:	čeština
Datum vyhotovení:	leden 2013
Cílová skupina:	žáci gymnázia: 1. ročník čtyřletého studia a 5. ročník osmiletého studia, maturitní ročník, věk 16-19 let
Druh učebního materiálu:	podpora a doplnění výuky fyziky, materiál je určen i pro samostatnou práci žáků
Očekávaný výstup:	žáci si osvojí řešení typických fyzikálních úloh z mechaniky.
Anotace:	Učební materiál obsahuje vzorové příklady a úlohu z části – hybnost, práce, výkon. Může sloužit při výkladu, procvičování i pro samostatnou práci žáků. Velmi vhodný je pro přípravu k maturitní zkoušce z fyziky.

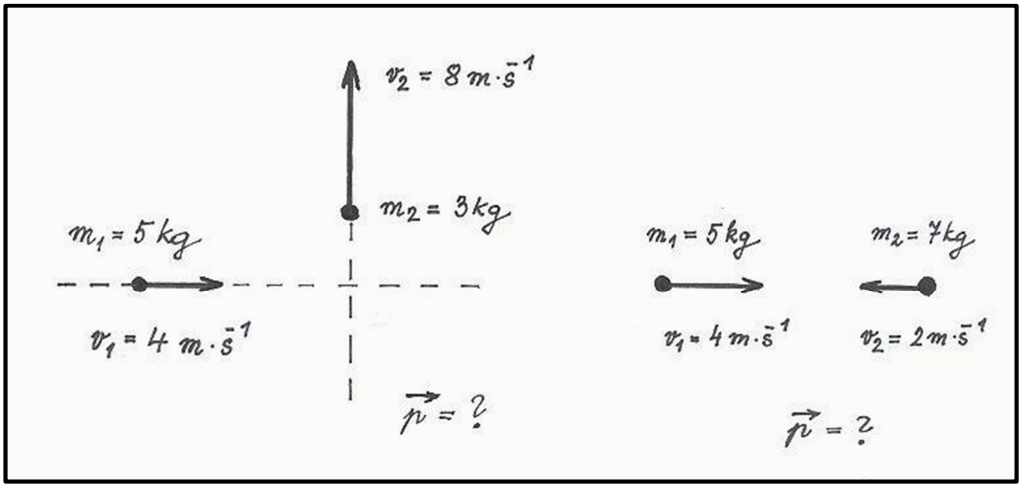
Aleš Trojánek
Gymnázium Velké Meziříčí

1. 5. Hybnost, práce, výkon

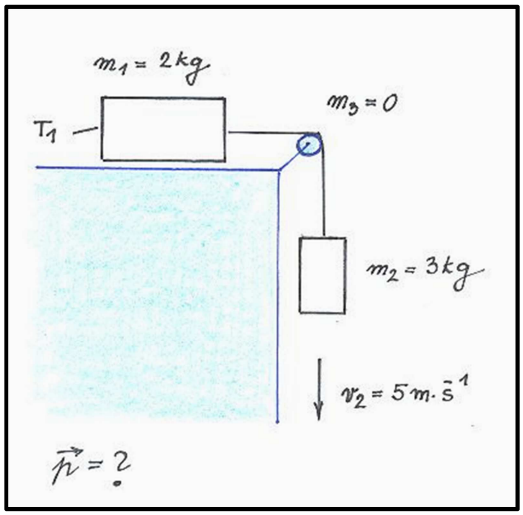
Příklad 1

(Jedná se PŘÍKLAD 3. 9 z [1], s. 41.)

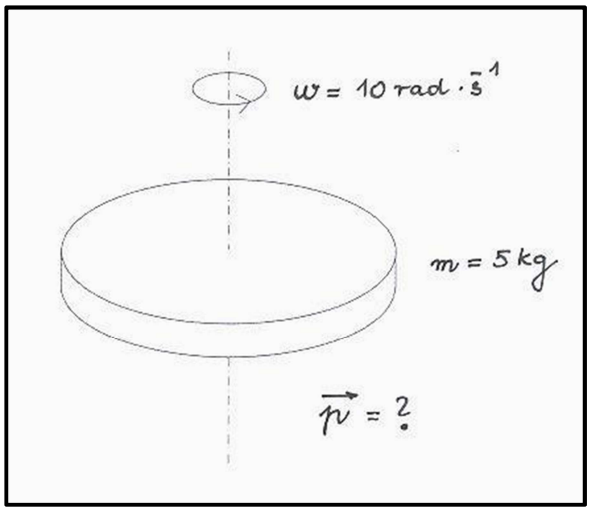
Určete hybnost soustav znázorněných na obr. 1 a, b, 2, 3.



Obr. 1 a, b



Obr. 2



Obr. 3

Řešení:

1. $\vec{p_1} = m_1\vec{v_1}$, $p_1 = 20\ \text{kg·m·s}^{-1}$
   $\vec{p_2} = m_2\vec{v_2}$, $p_2 = 24\ \text{kg·m·s}^{-1}$

   $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$, $p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = 31{,}2\ \text{kg·m·s}^{-1}$

$\tan\alpha = \frac{p_2}{p_1} = \frac{24}{20} \Rightarrow \alpha = 50{,}2^{\circ}$, obr. 4 a.

2. $\vec{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2},\ p = |p_1 - p_2| = 6$ kg·m·s^{-1}, obr. 4 b.

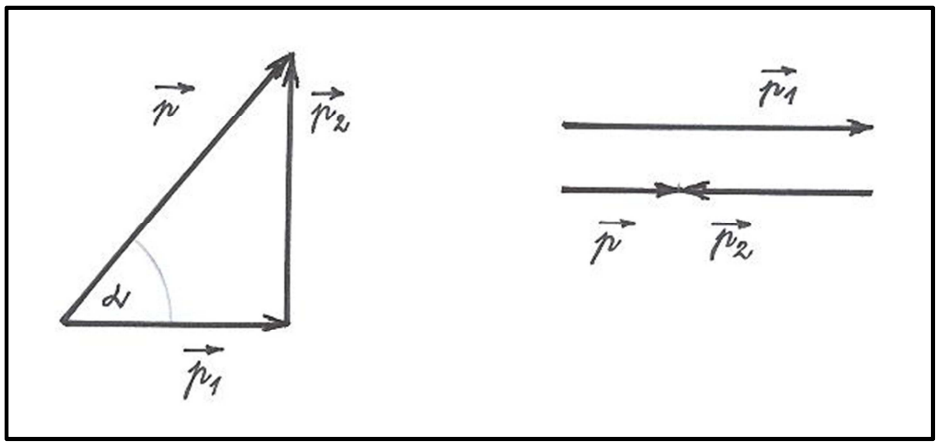
3. $\overrightarrow{p_1} = m_1\overrightarrow{v_1}, p_1 = m_1 v_1 = m_1 v_2 = 10$ kg·m·s^{-1}

   $\overrightarrow{p_2} = m_2\overrightarrow{v_2},\ p_2 = 15$ kg·m·s^{-1}

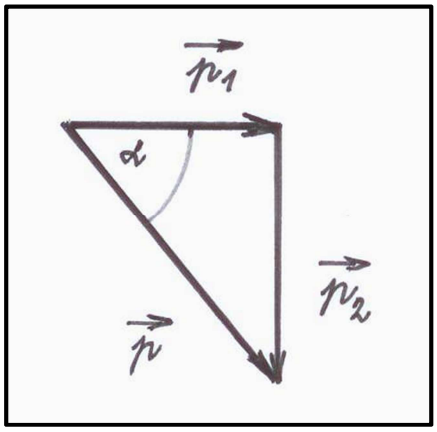
   $\vec{p} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2},\ \ p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = 18$ kg·m·s^{-1}

   $\tan\alpha = \frac{p_2}{p_1} = \frac{15}{10} \Rightarrow \alpha = 56{,}3^{\circ}$, obr. 5.

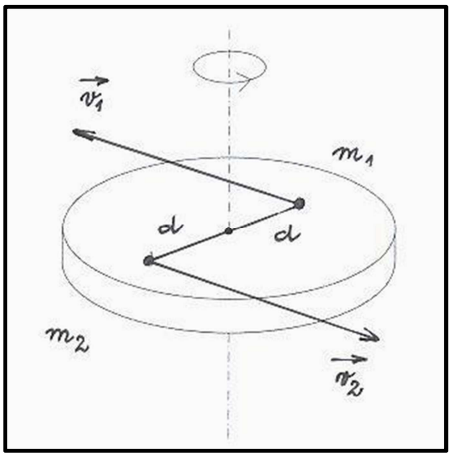
4. Rozdělíme kotouč na dvojici elementů: $m_1 = m_2, \overrightarrow{v_1} = -\overrightarrow{v_2}, m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = \vec{0}$. Tedy $\vec{p} = \vec{0}$, obr. 6.



Obr. 4 a, b



Obr. 5



Obr. 6

Aleš Trojánek
Gymnázium Velké Meziříčí

Příklad 2

(Jedná se PŘÍKLAD 4.4 z [1], s. 52.)

Dvě tělesa o hmotnosti $m_1 = 1{,}5$ kg pohybujícího se na dokonale hladké vodorovné rovině rychlostí $\overrightarrow{v_1}$ o velikosti $v_1 = 3{,}0$ m·s^{-1} byl vstřelen ve vodorovném směru projektil P o hmotnosti $m_2 = 30$ g rychlostí $\overrightarrow{v_2}$ o velikosti $v_2 = 200$ m·s^{-1} a uvázl v něm. Těleso konalo před nárazem projektilu i po něm posuvný pohyb. Určete směr a velikost výsledné rychlosti tělesa za předpokladu, že
1. rychlost $\overrightarrow{v_2}$ míří proti rychlosti $\overrightarrow{v_1}$, tj. platí $\overrightarrow{v_2} \uparrow\downarrow \overrightarrow{v_1}$,
2. rychlost $\overrightarrow{v_2}$ je kolmá na rychlost $\overrightarrow{v_1}$, tj. platí $\overrightarrow{v_2} \perp \overrightarrow{v_1}$. Proveďte náčrtky.

Řešení:

Během vnikání projektilu P do tělesa T působí na soustavu (T,P) tyto vnější síly: tíhová síla a síla od podložky. Tyto síly mají svislý směr a jejich výslednice je nulová, neboť svislá složka zrychlení obou těles je nulová. Proto hybnost $\overrightarrow{p_I}$ soustavy (T,P) před vniknutím projektilu je stejná jako její hybnost $\overrightarrow{p_{II}}$ po uváznutí projektilu. Platí tedy zákon zachování hybnosti soustavy

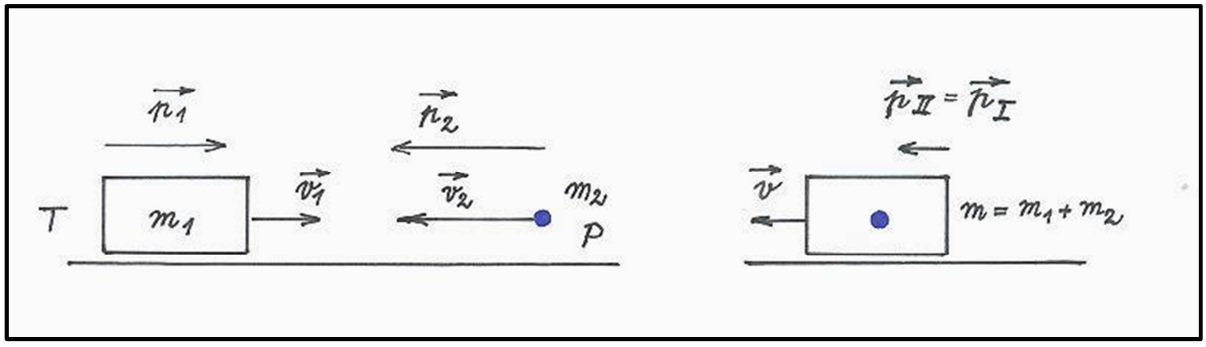
$$\overrightarrow{p_I} = \overrightarrow{p_{II}},$$

kde $\overrightarrow{p_I} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}$, $\overrightarrow{p_{II}} = (m_1 + m_2)\vec{v}$. Zde $\vec{v}$ je výsledná rychlost tělesa T s uvíznutým projektilem P. Z těchto vztahů dostaneme

$$\vec{v} = \frac{1}{m_1+m_2}(m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}).$$

1. Případ $\overrightarrow{v_1} \uparrow\downarrow \overrightarrow{v_2}$ je znázorněn na obr. 7. Plyne z něj: $\vec{v}$ má velikost

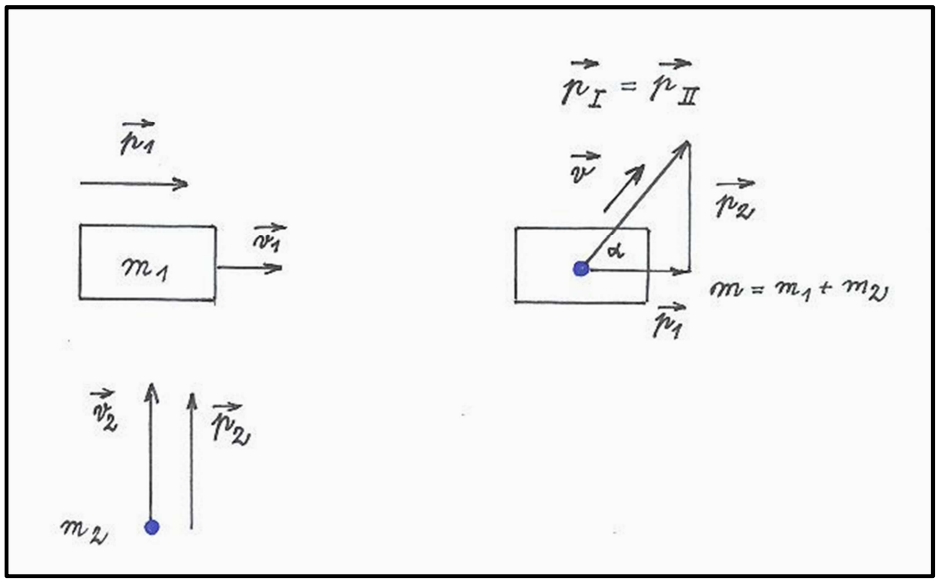
$$v = \frac{|m_1v_1 - m_2v_2|}{m_1+m_2} = \cdots = 0{,}98 \text{ m·s}^{-1},$$ směr: protože $p_1 < p_2$, platí $\overrightarrow{p_I} \uparrow\uparrow \overrightarrow{p_2}$, tedy $\vec{v} \uparrow\uparrow \overrightarrow{v_2}$.



Obr. 7

2. Případ $\overrightarrow{v_1} \perp \overrightarrow{v_2}$ je znázorněn v obr. 8. Velikost $\vec{v}$:

$v = \frac{p_{II}}{m} = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{(m_1 + m_2)} = \cdots = 4{,}9$ m·s^{-1}, směr $\vec{v}$: $\tan\alpha = \frac{p_2}{p_1}$, α = 53,1°.



Obr. 8

Příklad 3

(Jedná se o PŘÍKLAD 4.6 z [1], s. 55.)

Vagon o hmotnosti $m = 5{,}0 \cdot 10^3$ kg byl zpočátku v klidu a od okamžiku $t_1 = 0$ s byl tažen lokomotivou stálou silou o velikosti $F_1 = 1{,}2 \cdot 10^3$ N po dobu T, během níž urazil dráhu $l = 50$ m. Síla valivého odporu měla velikost $F_2 = 200$ N. Určete:

1. práci W_1 vykonanou silou $\overrightarrow{F_1}$,
2. práci W_2 vykonanou silou $\overrightarrow{F_2}$,
3. čas $t_2 = T$,
4. průměrný výkon P_{1p} síly $\overrightarrow{F_1}$ v časovém intervalu $< t_1, t_2 >$,
5. P_{2p},
6. výkon síly $\overrightarrow{F_1}$ v čase t_2.

Řešení:

1. $W_1 = F_1 l \cos 0° = \ldots = 6{,}0 \cdot 10^4$ J.
2. $W_2 = F_2 l \cos 180° = \ldots = -1{,}0 \cdot 10^4$ J.
3. $t_2 = ?\ l = at_2^2/2$, kde $a = (F_1 - F_2)/m = \ldots = 0{,}20$ m·s^{-2}, $t_2 = \sqrt{2l/a} = \ldots = 22{,}4$ s.
4. $P_{1p} = W_1/(t_2 - t_1) = \ldots = 2{,}7 \cdot 10^3$ W.
5. $P_{2p} = W_2/(t_2 - t_1) = \ldots = -4{,}5 \cdot 10^2$ W.
6. $P_1(t_2) = F_1 v_2 \cos 0°$, kde $v_2 = at_2 = 4{,}5$ m·s^{-1}, $P_1(t_2) = 5{,}4 \cdot 10^3$ W.

Aleš Trojánek
Gymnázium Velké Meziříčí

Úloha 1

(Jedná se úlohu 4.2 U z [1], s. 83.)

Automobil o hmotnosti $m = 1\,200$ kg jel po vodorovné přímé vozovce. Jeho motor vyvíjel v časovém intervalu $< t_1, t_2 >$, kde $t_1 = 0$ s, $t_2 = 10$ s, tažnou sílu o velikosti $F = 1\,500$ N. V čase t_1 měla jeho rychlost velikost $v_1 = 20$ m·s^{-1}. Určete: 1. zrychlení automobilu, 2. rychlost a uraženou dráhu během zrychlování, a to a) jako funkci času, b) v čase t_2, 3. práci, kterou vykonal motor do času t_2, 4. střední výkon motoru, 5. výkon motoru v časech t_1, t_2. Zanedbejte síly odporu. Předpokládejte, že celý výkon motoru byl využit ke změně pohybu automobilu.

[Výsledky: 1. $\vec{a} \uparrow\uparrow \overrightarrow{v_1}$, $a = 1{,}25$ m·s^{-2}, 2. a) $v = 20$ m·s^{-1} + (1,25 m·s^{-2})·t, $s = (20\text{ m·s}^{-1})\cdot t + (0{,}625\text{ m·s}^{-2})\cdot t^2$, b) $v_2 = 32{,}5$ m·s^{-1}, $s_2 = 263{,}5$ m, 3. $W = 3{,}94\cdot 10^5$ J, 4. $P_p = 39{,}4$ kW, 5. $P_1 = 30$ kW, $P_2 = 48{,}7$ kW.]

Literatura:

[1] ŠANTAVÝ, I., TROJÁNEK, A.: *Fyzika. Příprava k přijímacím zkouškám na vysoké školy.* Prometheus, Praha 2000. ISBN 80-7196-138-8.

Zdroje obrázků:

Obr. 1 – 8 zhotovil Aleš Trojánek a jsou určeny pro bezplatné používání pro potřeby výuky a vzdělávání na všech typech škol a školských zařízení.