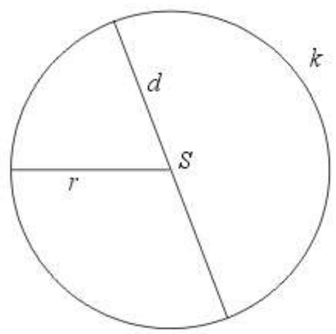
7. Kruh, kružnice, válec

7.1 Kruh, kružnice

7.1.1. Základní pojmy

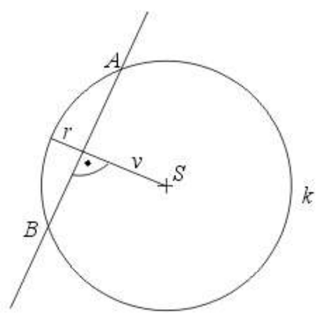
Kružnice je množina bodů mající od daného bodu stejnou vzdálenost.
Daný bod označujeme jako **střed kružnice**.
Stejnou vzdálenost nazýváme **poloměr** a označujeme r.
Průměr je úsečka, která spojuje dva body na kružnici, která prochází středem kružnice.
Průměr označujeme d.

Mezi poloměrem a průměrem kružnice platí vztah : **d = 2 . r**



Zapíšeme k (S ; r) Čteme kružnice k je určena středem S a poloměrem r.

Tětiva je úsečka, která spojuje libovolné dva body na kružnici. (nemusí procházet středem kružnice). Nejdelší tětivou je průměr.



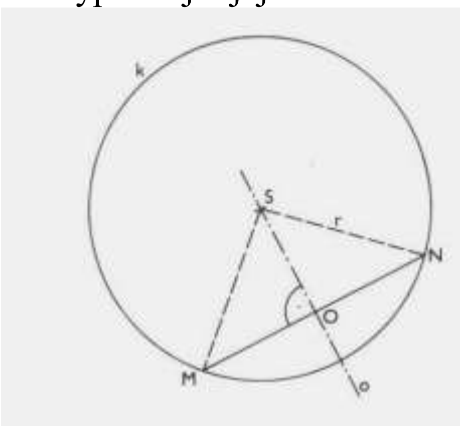
AB - tětiva

Příklad 1 : Narýsujte k (S ; 4,5 cm). Dále narýsujte :
a) dva navzájem kolmé průměry AB a CD;
b) dva poloměry SA a SB, které svírají úhel 75º;
c) tětivu /AB/ = 4 cm;
d) tětivu /CD/ = 4,5 cm a /DE/ = 5 cm;
e) poloměr SA a tětivu /AB/ = 6 cm;
f) bod A a tětivu AB a AC, které svírají pravý úhel;

Příklad 2 : Jak nazýváme průsečík os všech tětiv dané kružnice ?

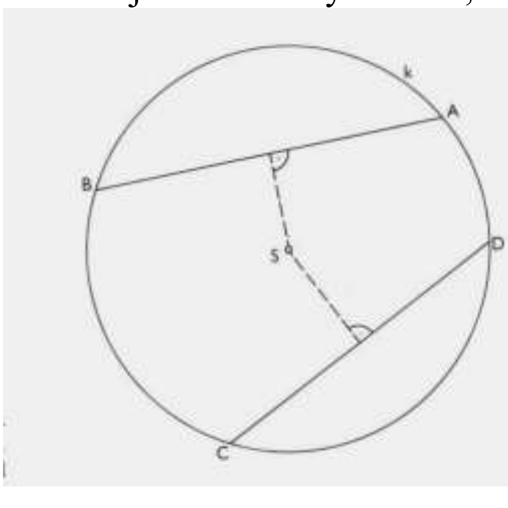
Příklad 3 : Je dána tětiva AB kružnice k (S; 5 cm). Kolik existuje tětiv :
a) rovnoběžných tětiv s tětivovou AB;
b) rovnoběžných tětiv s tětivovou AB délky 5 cm;
c) rovnoběžných tětiv s tětivovou AB délky 10 cm;
d) rovnoběžných tětiv s tětivovou AB délky 15 cm;
e) kolmých tětiv na tětivu AB o délce 5 cm;
f) kolmých tětiv na tětivu CD, která svírá s tětivou AB úhel 45º, délky 5 cm;
g) kolmých tětiv na tětivu CD, která svírá s tětivou AB úhel 45º, délky 15 cm;

Příklad : Je dána kružnice k (S ; 5 cm). Její tětiva MN je vzdálena od středu kružnice 3 cm. Vypočítejte její délku.



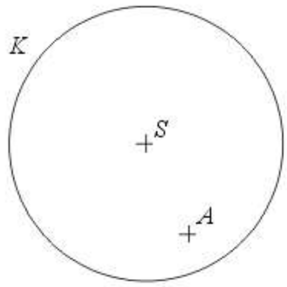
Řešení :
$r^2 = /SO/^2 + /MO/^2$
$5^2 = 3^2 + /MO/^2$
/MO/ = 4 cm
/MN/ = 8 cm

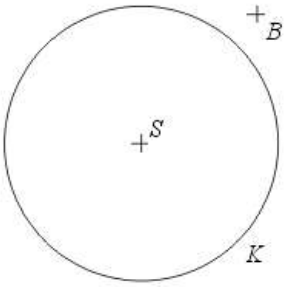
Příklad 4 : Tětiva /AB/ = 10 cm kružnice <u>k</u> je vzdálena os jejího středu 2 cm.
a) Vypočítejte velikost tětivy CD, jestliže je vzdálena od středu kružnice 2,5 cm.
b) Má na výsledek vliv skutečnost, že dané dvě tětivy budou rovnoběžné.
c) Kolik existuje rovnoběžných tětiv , které mají stejnou velikost.



Kruh je množina bodů, které mají od daného bodu (**středu kruhu**) vzdálenost menší nebo rovnu danému číslu (**poloměru**).

Mezi poloměrem a průměrem kruhu platí vztah : **d = 2 . r**





Zapíšeme K (S ; r)	Čteme kruh K je určen středem S a poloměrem r.
A $\in$ K	Čteme bod A je bodem kruhu K (leží uvnitř kruhu K).
B $\notin$ K	Čteme bod B není bodem kruhu K (neleží v kruhu K).

Kružnice i kruh je obrazec **osově souměrný** podle libovolné přímky, která prochází středem kružnice (kruhu).

Kružnice i kruh je obrazec **středově souměrný** podle svého středu.

7.1.2. Délka kružnice

$\boxed{O = 2 \cdot \pi \cdot r}$ $\boxed{O = \pi \cdot d}$

π (pí) π nemá jednotky π – **Ludolfovo číslo**

Hodnota π je přibližně $\frac{22}{7}$.

Pro výpočet můžeme používat přibližnou hodnotu **π = 3,14**

7.1.3. Obsah kruhu

$\boxed{S = \pi \cdot r^2}$ $\boxed{S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}}$

Příklad 5 : Ludolfova číslo je z hlediska výstavby číselných oborů jakým číslem ?

Příklad 6 : Vypočtěte délku kružnice a obsahu kruhu, je-li dáno :
a) r = 5cm; b) r = 13 mm; c) r = 6,4 dm;
d) d = 42 cm; e) d = 2,1 m; f) d = 9,1 cm;

Příklad 7 : Vypočtěte obsah kruhu, je-li dán obvod příslušné kružnice :
a) 31,4 cm; b) 28,26 m; c) 50,24 dm; d) 62,8 mm;
e) 81,64 mm;

Příklad 8 : Vypočtěte obvod kružnice, známe-li obsah příslušného kruhu :
a) 200,96 cm^2; b) 254,34 m^2; c) 78,5 m^2; d) 3,46 m^2;
e) 65 mm^2;

Příklad 9 : Kruh má stejný obsah jako čtverec, jehož obvod je 338,4 m. Vypočítejte průměr kruhu.

Příklad 10 : Otáčivý zavlažovač má dostřik 18 metrů.
a) Jakou rozlohu půdy může zavlažit z jednoho místa ?
b) Jakou rozlohu půdy může zavlažit, jestliže se může pohybovat po úsečce délky 40 metrů?

Příklad 11 : Kolikrát se na dráze 1 km otočí kolo, které má poloměr 20 cm ?

Příklad 12 : Vypočítejte délku kružnice, která je čtverci o straně 5 cm :
a) opsaná;
b) vepsaná.

Příklad 13 : Ze čtverce se má vystřihnout kruh, jehož obsah je 100 cm^2. Vypočítejte délku strany nejmenšího čtverce, ze kterého lze tento kruh vystřihnout ?

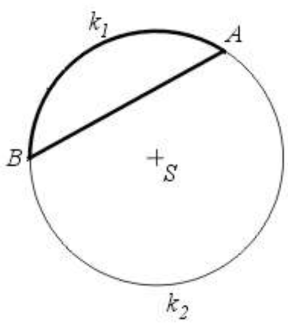
Příklad 14 : Čtverci o neznámé straně je opsaná kružnice, která má délku 15,7 cm. Vypočtěte stranu čtverce.

Příklad 15 : Deska kruhového stolu má obsah 50,24 dm^2. Vypočítejte průměr kruhového ubrusu, má-li přesahovat okraj stolu o 30 cm.

Příklad 16 : Obsah kruhu je $4.\pi$ cm^2 . Vypočtěte přesně délku kružnice, která přísluší tomuto kruhu.

7.1.4. Oblouk kružnice

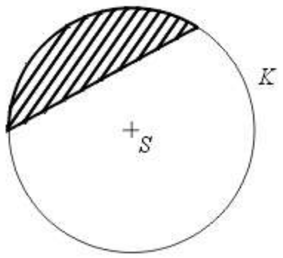
Oblouk kružnice je část kružnice, která je ohraničena dvěma body na kružnici.
Dva body na kružnici dělí kružnici na dva oblouky kružnice, které v našem případě jsme označili k_1, k_2.
Můžeme také říci, že tětiva rozdělí kružnici na dva kruhové oblouky.



Délka kruhového oblouku $\boxed{O = \frac{2\pi.r}{360^0}.\alpha}$

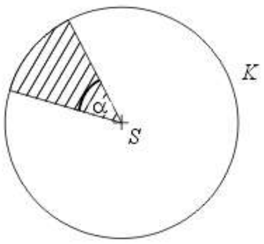
7.1.5. Kruhová úseč

Kruhová úseč je část kruhu ohraničená tětivou a obloukem kružnice.
Největší kruhová úseč je polokruh (tětiva je průměr)



7.1.6. Kruhová výseč

Kruhová výseč je část kruhu ohraničená dvěma poloměry kruhu a obloukem kružnice.

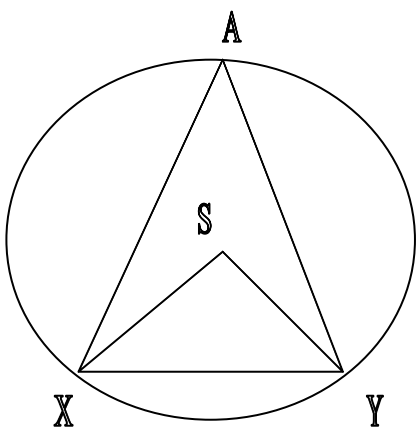


Obsah kruhové výseče $\boxed{S = \frac{\pi . r^2}{360^0} . \alpha}$

7.1.7. Středový a obvodový úhel

Středový úhel α je úhel, který svírají dva poloměry kružnice (kruhu).

Obvodový úhel je takový úhel při bodu na kružnici jehož ramena protínají danou kružnici vždy ještě v jednom bodě.



Velikost obvodového úhlu vůči středovému úhlu příslušející stejné tětivě je poloviční.

Příklad 17 : Vypočítejte obsah kruhové výseče a délku kruhového oblouku s poloměrem r a příslušným středovým úhlem α, je-li :
a) r = 4 cm, $\alpha = 60^0$;
b) r = 6,3 dm, $\alpha = 270^0$;
c) r = 18 m, $\alpha = 135^0\,15'$;

Příklad 18 : Jak velkému úhlu odpovídá délka kruhového oblouku :
a) polovina kružnice;
b) šestina kružnice;
c) polovina čtvrtiny kružnice;
d) tisícina kružnice;

Příklad 19 : Vypočítejte velikost úhlu, kterému přísluší délka kruhového oblouku, jestliže poloměr kružnice je 5 cm :
a) 2,617 cm; b) 5,67 cm; c) 9,59 cm; d) 17,44 cm;
e) 30,53 cm; f) 31,40 cm;

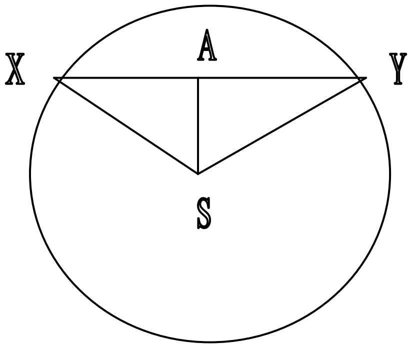
Příklad 20 : Vypočítejte velikost úhlu, kterému přísluší obsah kruhové výseče, jestliže poloměr kruhu je 4 cm :
a) 4,19 cm^2; b) 9,07 cm^2; c) 15,35 cm^2; d) 27,91 cm^2;
e) 48,84 cm^2; f) 50,24 cm^2;

Příklad 21 : Vypočtěte poloměr kružnice, jestliže délka kruhového oblouku 9,59 cm přísluší středovému úhlu 110^0.

Příklad 22 : Vypočtěte obsah kruhové výseče, který přísluší kruhovými oblouku délky, jestliže poloměr kružnice je 5 cm :
a) 2,617 cm; b) 5,67 cm; c) 9,59 cm; d) 17,44 cm;
e) 30,53 cm; f) 31,40 cm;

Příklad 23 : Vypočtěte délku kruhového oblouku, který přísluší kruhové výseči, jestliže poloměr kružnice je 5 cm :
a) 9,81 cm^2; b) 15,7 cm^2; c) 11,12 cm^2; d) 30,75 cm^2;
e) 59,09 cm^2; f) 74,14 cm^2;

Příklad : Vypočtěte velikost kruhové úseče určené kružnicí o poloměru 5 cm, tětivou o velikosti 8 cm a úhlem 106^0 , pod kterým vidíme koncové body tětivy.
Řešení :



Zápis : /SY/ = 5 cm /XY/ = 8 cm /AY/ = 4 cm úhel YSX měří 106^0

Trojúhelník ASY je pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu A.

Obsah kruhové výseče $S = \frac{\pi . r^2}{360^0} . \alpha$ $S_1 = \frac{3{,}14 . 5^2}{360} . 106 = 23{,}11\ (\text{cm}^2)$

$SA^2 + AY^2 = SY^2$
$SA^2 + 4^2 = 5^2$
$/SA/ = 3\ (\text{cm})$

Obsah trojúhelníka SYX $S_2 = \frac{XY . AS}{2}$

$S_2 = \frac{8.3}{2}$

$S_2 = 12\ (\text{cm}^2)$

Obsah kruhové úseče $S = S_1 - S_2$

$\underline{S = 11{,}11\ (\text{cm}^2)}$

Příklad 24 : Jak velkou dráhu vykoná hrot velké ručičky dlouhé 10 cm za :
a) 1 hodinu; b) 5 hodin c) 7,5 hodin d) 31 hodin
e) půl dne; f) celý den; g) 1 minuta; h) 10 minut;

Příklad 25 : Jak velkou dráhu vykoná hrot malé ručičky dlouhé 3 cm za :
a) 1 hodinu; b) 5 hodin c) 7,5 hodin d) 31 hodin
e) půl dne; f) celý den; g) 1 minuta; h) 10 minut;

Příklad 26 : Sekundová ručička hodin dosahuje svým koncem až ke kružnici k, která ohraničuje ciferník. Jakou část kružnice k opíše konec této ručičky při pohybu za :
a) 2 s; b) 15 s; c) 30 s; d) 45 s; e) 50 s; f) 60 s;

Příklad 27 : Kolik procent obsahu kruhu představuje obsah kruhové výseče, jejíž poloměry svírají úhel 45°.

Příklad 28 : Vypočtěte délku kružnice k a obsah kruhu K, který je touto kružnicí určen, je-li tato kružnice:
a) vepsána čtverci o straně a = $\sqrt{6}$ cm;

b) opsána čtverci o straně a = $\sqrt{2}$ cm;
c) opsána obdélníku o stranách a = 8 cm, b = 6 cm;
d) vepsána kosočtverci s výškou v = 4 cm;
e) vepsána rovnostrannému trojúhelníku, jehož obsah je $\sqrt{3}$ cm^2;

Příklad 29 : Vypočtěte délku kružnice, jestliže :
a) její poloměr je o 1 cm větší než poloměr kružnice délky 10.π cm;
b) její délka je o 1 cm větší než délka kružnice o poloměru 5 cm;
c) obsah kruhu, který má stejný poloměr, je 36.π cm^2;
d) má poloměr v poměru 6 : 5 k poloměru kružnice délky $\sqrt{5}$.π cm;
e) její poloměr se rovná délce kružnice o poloměru 6 cm;

Příklad 30 : Vypočtěte obsah kruhu, jestliže :
a) má poloměr o 1 cm větší než kruh o obsahu 12. π;
b) má obsah o 1 cm^2 větší než kruh o poloměru 5 cm;
c) délka kružnice, která má stejný poloměr, je 9. π cm;
d) má poloměr v poměru 7 : 3 k poloměru kruhu o obsahu 18. π;
e) má poloměr v poměru 2 : 3 k poloměru kružnice o délce $\sqrt{3}$. π cm;

Příklad 31 : Jak se změní délka kružnice a obsah kruhu, jestliže :
a) poloměr zmenšíme na polovinu;
b) poloměr zmenšíme o 50 %;
c) poloměr ztrojnásobíme;
d) poloměr čtyřikrát zmenšíme;
e) průměr dvakrát zvětšíme;
f) průměr třikrát zvětšíme;
g) průměr vynásobíme číslem 1,5;

Příklad 32 : Vypočtěte délku opsané kružnice pravoúhlému trojúhelníku ABC, pro který platí :
a) odvěsny měří 4 cm a 6 cm;
b) odvěsny měří 2 cm a 7 cm;
c) přepona měří 5 cm, odvěsna $\sqrt{5}$ cm;
d) odvěsna měří $\sqrt{10}$ cm, přepona 10 cm.

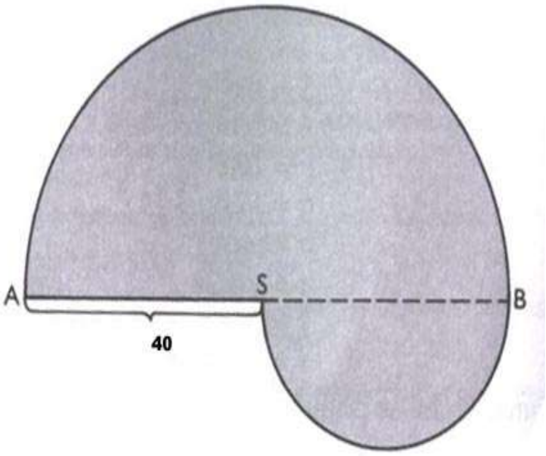
Příklad 33 : Je dán rovnostranný trojúhelník ABE, čtverec ABCD, $\underline{k_1}$ je vepsaná kružnice rovnostrannému trojúhelníku ABE a má obvod $\sqrt{2}$. π cm. Vypočtěte délku kružnice $\underline{k_2}$, která je opsaná čtverci ABCD.

Příklad 34 : Kružnice $\underline{k_1}$ je vepsaná a $\underline{k_2}$ je kružnice opsaná čtverci ABCD. Vypočtěte délku kružnice $\underline{k_2}$, jestliže délka $\underline{k_1}$ je 5. π cm.

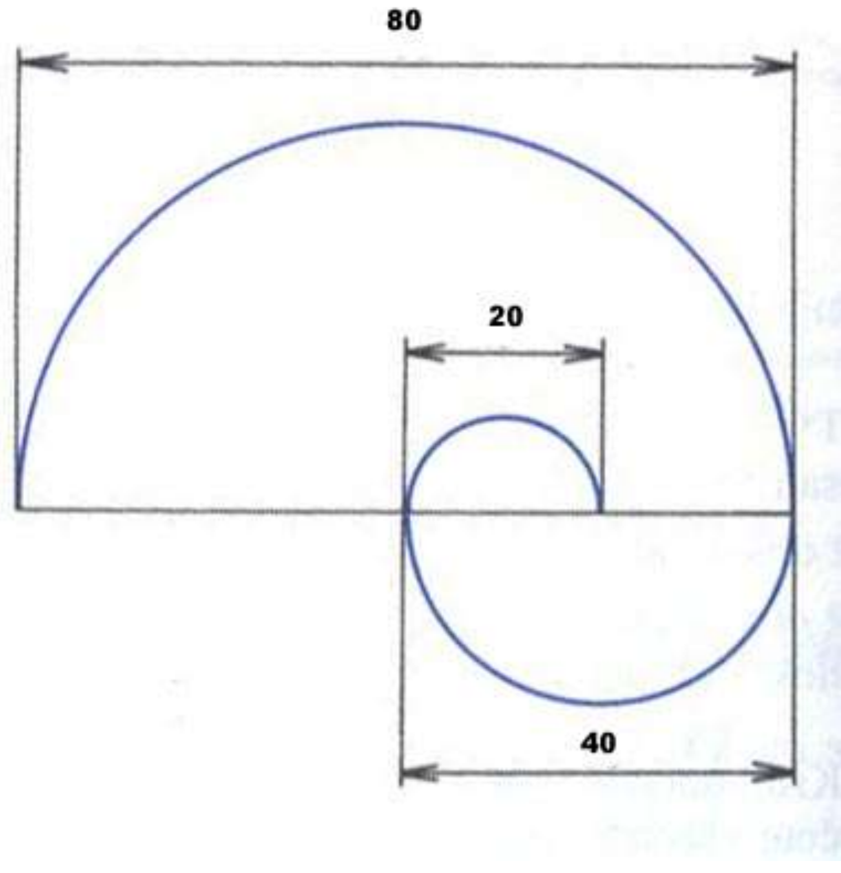
Příklad 35 : Je dán rovnostranný trojúhelník ABC. Kružnice $\underline{k_2}$ je kružnice opsaná trojúhelníku ABC, kružnice k_1 prohází vrcholem C a dotýká se strany AB. Vypočtěte délku kružnice $\underline{k_2}$, jestliže délka $\underline{k_1}$ je 8. π cm.

Příklad 36 : Je dán rovnostranný trojúhelník ABC, kružnice k_1 má průměr stranu BC, kružnice k_2 je vepsaná kružnice trojúhelníku ABC. Vypočtěte délku kružnice k_2, jestliže délka kružnice k_1 je 6. π cm .

Příklad 37 : Vypočtěte obsah vyznačené plochy. Číselný údaj je v milimetrech.



Příklad 38 : Vypočtěte délku spirály. Průměry jsou v milimetrech.

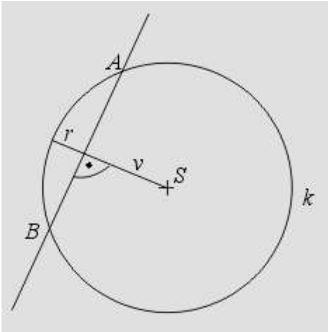


7.2 Vzájemná poloha přímky a kružnice

Kružnice a přímka mohou mít tři vzájemné polohy :

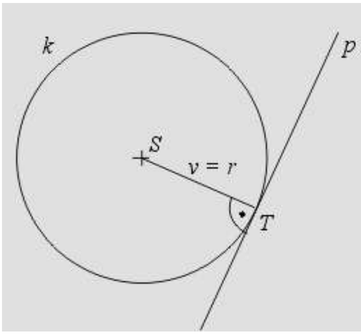
a) **přímka protíná kružnici ve dvou bodech** ;
přímku nazýváme **sečna**
vzdálenost přímky od středu kružnice (v) je menší než poloměr kružnice r

v < r

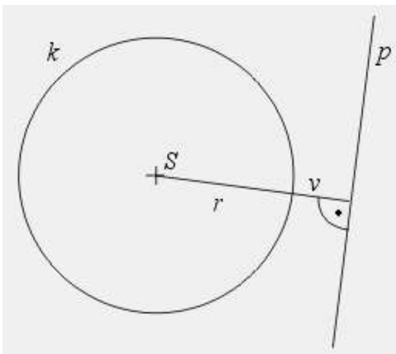


Sečna na kružnici vytíná tětivu.
V našem případě AB.

b) **přímka se dotýká kružnice v jednom bodě;**
přímku nazýváme **tečna**
vzdálenost přímky od středu kružnice (v) je stejně veliká jako poloměr kružnice (r)
v = r



c) **přímka nemá s kružnicí žádný bod;**
přímku nazýváme **nesečna** nebo **vnější přímka** kružnice;
vzdálenost přímky od středu kružnice (v) je větší než poloměr kružnice (r)
v > r



Příklad 39 : Sestrojte kružnici l , která má střed v bodě T a poloměr 6 cm. Na kružnici vyznačte bod A. Sestrojte tečnu t kružnice l, která prochází bodem A.
Sestrojte tečnu t_1, která je rovnoběžná s tečnou t. Dále sestrojte tečny t_2, t_3, které jsou kolmé na tečnu t.

Příklad 40 : Je dána kružnice k (S; 5 cm). Vypočítejte délku tětivy kružnice k, jestliže je od středu S vzdálena 3 cm.

Příklad 41 : V kružnici k je tětiva AB délky 5 cm vzdálená od středu kružnice 3 cm. Vypočítejte poloměr této kružnice.

Příklad 42 : Je dána kružnice k (S; 2,5 cm) a přímka p, která ji neprotíná. Sestroj tečnu t této kružnice, která s přímkou p svírá úhel 60°.

Příklad 43 : Sestrojte kružnici o poloměru r = 2,5 cm, která prochází dvěma danými body A a B, pro které platí /AB/ = 3 cm.

Příklad 44 : Narýsujte přímku m a bod S tak, aby vzdálenost bodu S od přímky m byla 3,5 cm. Sestrojte kružnici k se středem S a poloměrem 4 cm. Určete vzájemnou polohu kružnice k a přímky m.

Příklad 45 : Narýsujte přímku m a bod S tak, aby vzdálenost bodu S od přímky m byla 3,5 cm. Sestrojte kružnici k se středem S a poloměrem 2,5 cm. Určete vzájemnou polohu kružnice k a přímky m.

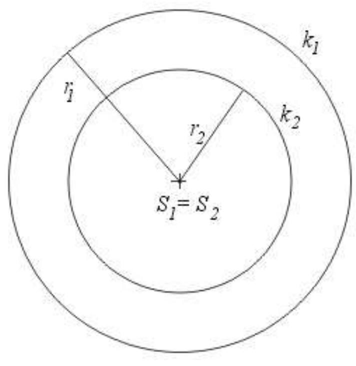
7.3 Vzájemná poloha dvou kružnic

Základní členění : 1) mají totožný střed $S_1 = S_2$
2) nemají totožný střed $S_1 \neq S_2$

Středná je vzdálenost středů S_1; S_2 kružnic k_1; k_2.

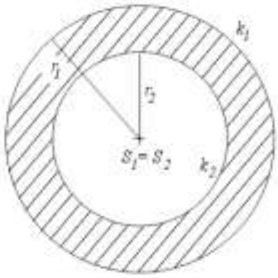
1. **kružnice se společným středem** :

a) **kružnice totožné –** mají stejně veliký poloměr $r_1 = r_2$
b) **kružnice soustředné –** mají různě veliký poloměr $r_1 \neq r_2$



soustředné kružnice k_1, k_2 s různými poloměry

Mezikruží je množina bodů mezi dvěma soustřednými kružnicemi.

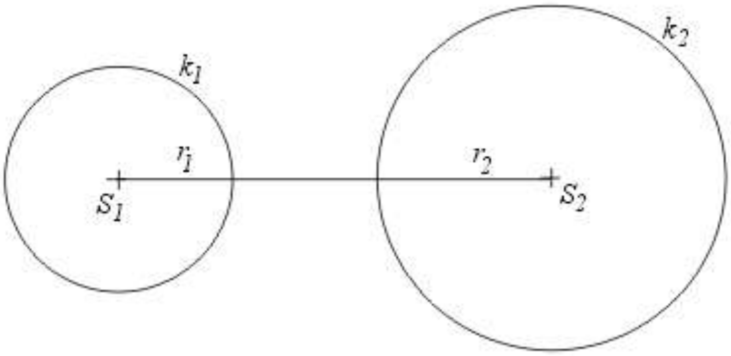


2. **kružnice, které nemají společný střed** :

Úsečka S_1S_2 se nazývá středná.

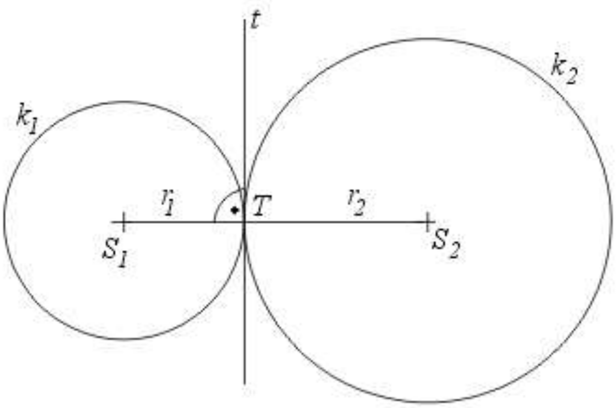
a) kružnice leží **vně sebe** – středná je větší než součet poloměrů.

$|S_1S_2| > |r_1 + r_2|$



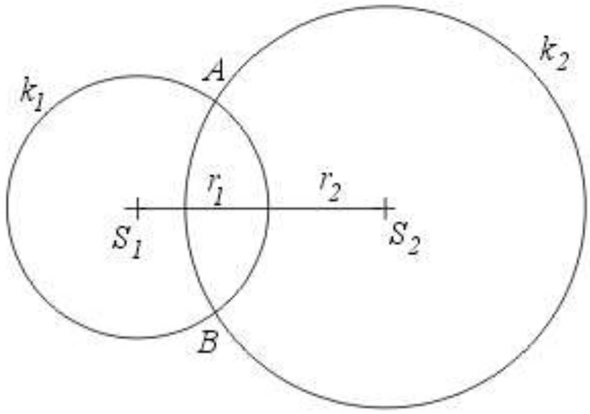
b) kružnice mají **vnější dotyk** – středná se rovná součtu poloměrů.

$|S_1S_2| = |r_1 + r_2|$



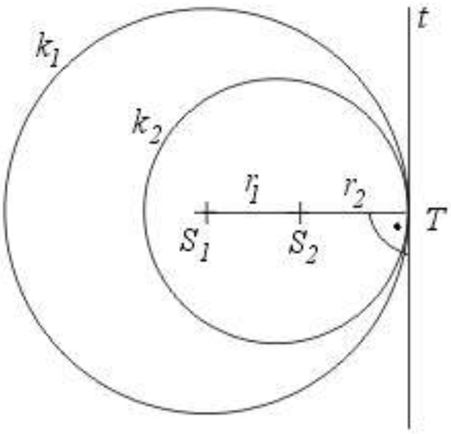
c) kružnice se **protínají ve dvou různých bodech** – rozdíl poloměrů je menší než středná a ta je menší než jejich součet.

$|S_1S_2| < |r_1 + r_2|$



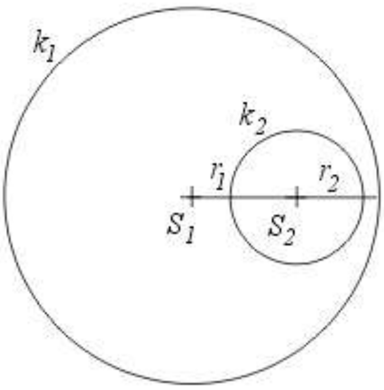
d) kružnice mají **vnitřní dotyk** – středná se rovná rozdílu poloměrů.

$|S_1S_2| = |r_1 – r_2|$



e) kružnice **leží uvnitř sebe** – středná je menší než rozdíl poloměrů.

$|S_1S_2| < |r_1 – r_2|$



Příklad 46 : Určete vzájemnou polohu kružnic $k_1(S_1;r_1)$ a $k_2(S_2;r_2)$, jestliže pro jejich poloměry $\underline{r_1}$ a $\underline{r_2}$, jejichž středy $\underline{S_1}$ a $\underline{S_2}$ a úsečku $s = |S_1S_2|$, které říkáme středná platí:

a) $r_1 = 6$ cm, $r_2 = 9$ cm, $s = 11$ cm ;

b) $r_1 = 5$ dm, $r_2 = 3$ dm, $s = 12$ dm ;

c) r_1 = 80 mm, r_2 = 10 cm, s = 2 dm ;
d) r_1 = 5 cm, r_2 = 7 cm, s = 12 cm ;
e) r_1 = 46 mm, r_2 = 32 mm, s = 5 mm ;
f) r_1 = 4,1 cm, r_2 = 3,5 cm, $S_1 \equiv S_2$;

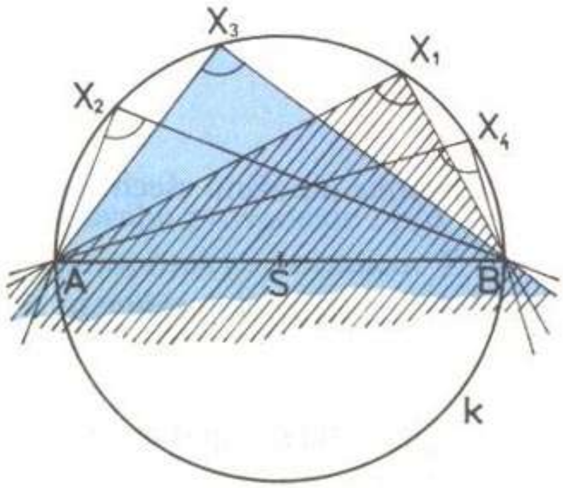
Příklad 47 : Narýsujte kružnici k(S_1; r = 3 cm) a zvol bod S_2 tak, že $|S_1S_2|$ =1 cm. Sestrojte kružnici h (S_2; r_2) tak, aby s kružnicí k :
a) neměla žádný společný bod;
b) měla právě jeden společný bod;
c) měla společné dva body.

Příklad 48 : Narýsujte kružnici k(S_1; r_1=3 cm). Zvolte na ní bod T. Sestrojte kružnici h (S_2; r_2), která se dotýká kružnice k v bodě T a má poloměr :
a) r_2 = 2 cm;
b) r_2 = 4 cm.

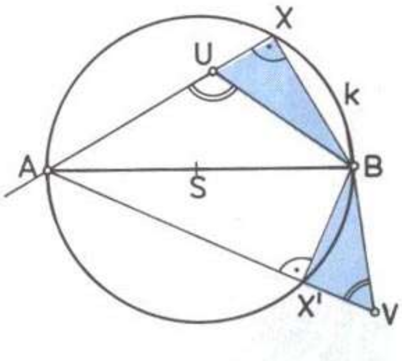
Příklad 49 : Vypočtěte plochu mezikruží určených dvěma soustřednými kružnicemi o poloměrech 7 cm a 9 cm.

Příklad 50 : Kružnice k_1 (S_1; 1,5 cm), k_2 (S_2 ; 2 cm) a k_3 (S_3 ; 2,5 cm) mají vždy dvě vnější dotyk. Vypočtěte obvod trojúhelníka $S_1S_2S_3$. Pomocí tabulek vypočtěte obsah tohoto trojúhelníka.

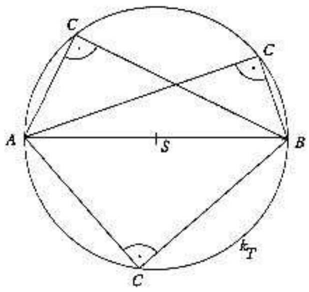
7.4 Thaletova kružnice



Body X mají tu vlastnost, že úhel AXB je pravý.
Tuto vlastnost mají pouze body na kružnice opsané nad úsečkou AB, která je kružnici k průměrem.
Ostatní body roviny tuto vlastnost nemají.
U bodů uvnitř kružnice (bod U) jsou úhly, které jsou větší než 90° a menší než 180°.
U bodů vně kružnice (bod V) jsou úhly menší než 90°.

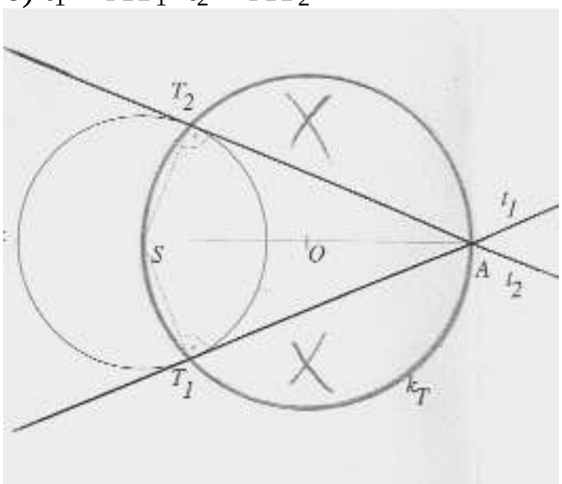


Thaletova kružnice je množina vrcholů pravých úhlů všech pravoúhlých trojúhelníků s přeponou AB je kružnice k s průměrem AB s výjimkou bodů A, B.



Příklad : Sestrojte k (S ; 5cm). Dále sestrojte bod A, pro který platí /SA/ = 8 cm. Sestrojte bodem A tečnu ke kružnici k.

Řešení :
1) k (S; 5 cm)
2) /SA / = 8 cm
3) /SO/ = /OA/ O $\in$ SA
4) k_T (O ; SO)
5) $k_T \cap k = T_1, T_2$
6) $t_1 \equiv AT_1$ $t_2 \equiv AT_2$



Příklad 51 : Je dána k (S ; 5 cm) a bod A /SA/ 10 cm, T_1 a T_2 jsou body dotyku tečny ke kružnice k vedenou bodem A. Vypočítejte velikost úsečky AT_2.

Příklad 52 : Narýsujte kružnici k(S; 4,5 cm), její průměr AB a tětivu BX,

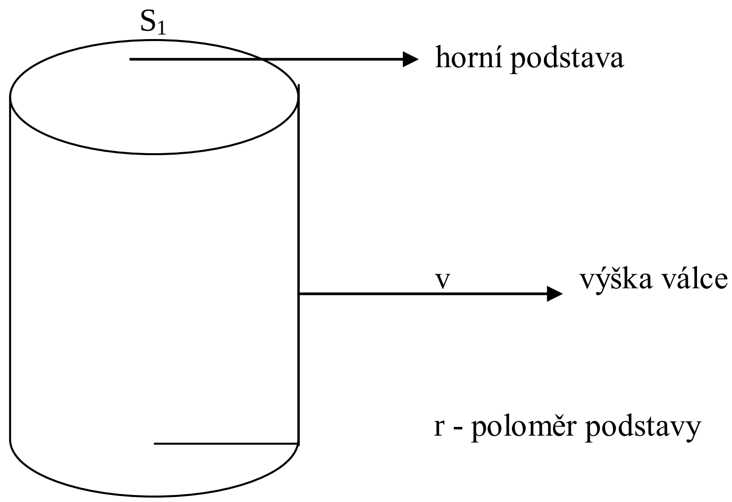
| BX| =7,2 cm. Vyznačte úsečky SX a AX. Jak se nazývají trojúhelníky AXS a BXS? Určete grafický součet ostrých úhlů AXS a BXS? Co zjišťujete?
Na základě zjištění velikosti úhlu AXB vypočítejte délku úsečky AX.

Příklad 53 : Sestrojte kružnici k(S; r = 3 cm) a zvolte na ní body M, N, aby platilo, že | $\angle$MSN| = 30°. Sestrojte tečny kružnice k s body dotyku M, N.

Příklad 54 : Je dána přímka t a bod S, který na ní neleží. Sestrojte kružnici k se středem S a tečnou t.

Příklad 55 : Je dána úsečka /XY/ = 5 cm. Nazvěte množinu středů úhlopříček všech kosočtverců XYWZ se stranou 5 cm.

7.5 Válec



Válec se skládá ze **dvou shodných podstav** (horní a dolní) a **pláště.**
Podstavou je kruh.
Plášť má tvar obdélníka, který má rozměry : výška válce, obvod podstavy.

Síť válce se skládá ze dvou kruhů (podstav) a obdélníka (plášť).

Objem válce $V = \pi \cdot r^2 \cdot v$

Povrch válce $S = 2.S_p + S_{Pl}$ $S = 2.\pi \cdot r^2 + 2.\pi \cdot r \cdot v$

$S = 2 \cdot \pi \cdot r\,(r + v)$

Příklad : Vypočítejte objem a povrch válce, který má poloměr podstavy 2 cm a výšku 10 cm.

Řešení :

$S = 2\,\pi\ ^{2} + 2\,\pi\, rv$	$V = \pi\, r^2 v$
$S = 2.3{,}14.2^2 + 2.3{,}14.2.10$	$V = 3{,}14.\ 2^2.10$
$S = 150{,}72$	$V = 125{,}6$
$S = 150{,}72\ cm^2$	**$V = 125{,}6\ cm^3$**

Povrch válce je 150,72 cm^2 a objem 125,6 cm^3.

Příklad 56 : Vypočtěte objem a povrch válce, známe-li :
a) r = 5 cm, v = 4,5 cm;
b) d = 12 cm, v = 5 cm;
c) S_p = 12,56 cm^2, v = 3 cm;
d) S_p = 16. π cm^2, v = 5 cm;
e) S_p = 6,25. π cm^2 , v = r;
f) S_p = 0,49. π dm^2, v = O_p;
g) r = 5 cm, S_{pl} = 31,14 cm^2;
h) O_p = 12. π cm, v = 4 cm;
i) S_p = 16,81. π cm^2, v = 1,1 cm;
j) S_{pl} = 10. π cm^2, d = 5 cm;
k) S_p = 1,44. π cm^2,, S_{p_l} = 0,36. π cm^2,

Příklad 57 : Vypočítejte povrch válce, jestliže známe :
a) V = 0, 75 dm^3, v = 6 cm;
b) V = 15,7 hl, r = 0,5 m;
c) V = 40 m^3, d = 2 m;
d) V = 200 l, v = 90 cm;
e) S_p = 18 cm^2, v = 3 cm

Příklad 58 : Vypočtěte objem válce, jestliže známe :
a) S = 207 cm^2, d = 6 cm;
b) S = 20 cm^2, r = 1,6 cm;
c) S = 36 m^2, r = 200 cm;

Příklad 59 : Jak se změní objem válce, jestliže :
a) poloměr zvětšíme dvakrát;
b) poloměr zmenšíme na polovinu;
c) výšku válce zvětšíme třikrát;
d) poloměr zvětšíme dvakrát a výšku také dvakrát;
e) poloměr zvětšíme dvakrát a výšku zmenšíme čtyřikrát.

Příklad 60 : Vypočtěte hmotnost tří plných mosazných válců, které mají poloměr podstavy 7 m a výšku 10 m. 1 m^3 mosazi má hmotnost 8 500 kg. Kolik bude stát barva na natření dvou těchto válců bez dolní podstavy, víme-li že barva na natření 1 dm^2 stojí 12 Kč?

Příklad 61 : Kolik metrů délky obdélníkového ocelového plechu o šířce 1,5 metru budeme potřebovat na výrobu pěti válců o průměru 1 metr a výšky 1,2 metru, jestliže odpad při výrobě je 30 %.

Příklad 62 : Vypočtěte objem a povrch válce, jestliže se obsah jeho osového řezu rovná 42 cm^2 a obvod jeho podstavy je 6. π cm .

Příklad 63 : Silniční válec má průměr podstavy 1,2 metru a délku 2m. Při jízdě jedním směrem se otočí 100 krát.
a) Jak dlouhou cestu tímto pohybem válec uválcuje ?
b) jak velkou plochu cesty tímto pohybem uválcuje ?

Příklad 64 : Okapový žlab dlouhý 20 m má tvar poloviny válce s průměrem podstavy 14 cm. Na záhyby a další odpad se spotřebuje 15 % materiálu navíc.
Vypočítejte spotřebu plechu na výrobu 4 kusů těchto okapových žlabů. Každý žlab má na obou koncích uzavřen polokruhy.

Příklad 65 : Betonová skruž používaná při hloubení studní má tvar dutého válce s vnějším průměrem 1,3 m a vnitřním průměrem 1 metr. Výška skruže je 0,5 metru. Vypočítejte objem betonové skruže.

Příklad 66 : Válec mající objem 0,106 litrů a výšku 7 cm. Vypočtěte průměr válce.

Příklad 67 : Ve válcové nádobě je 5 dl kapaliny. Určete výšku hladiny v nádobě s průměrem 12 cm.

Příklad 68 : N kolik kilometrů vystačí automobilu benzín v nádrži tvaru válce s průměrem podstavy 40 cm a délky nádrže 1 metr, která je naplněna na 60 %, jestliže automobil spotřebuje 15 litrů na 100 kilometrů ?

Příklad 69 : V sudu tvaru válce o průměru 1,8 metrů bylo před deštěm 14 cm a po dešti 27 cm.
a) Kolik litrů vody přibylo v sudu ?
b) Kolik hektolitrů vody spadlo na plochu o výměře 1 ar ?
c) O kolik dm^2 více je smáčen plášť sudu ?

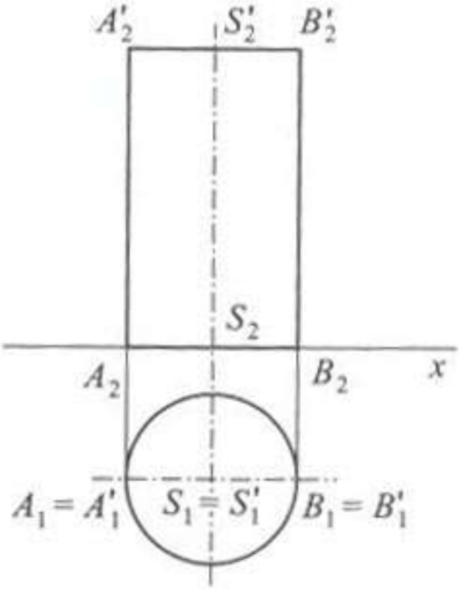
Příklad 70 : Do hrnečku tvaru válce o poloměru 4,5 cm, který je plný vody, je dána krychle o hraně 2 cm. Tato krychle je z 85 % ponořena do vody.
a) Vypočítejte množství vody, které vyteklo z hrnečku.
b) Předpokládejte, že hrneček je plný z 50 % . O kolik centimetrů vystoupí hladina vody v hrnečku, jestliže v něm bude plavat uvedená krychle z 85 % ponořená do vody?

Příklad 71 : Vypočítejte kolik metrů nitě je natočeno na cívce tvaru válce, o poloměru 2 cm a výšce 4 cm, jestliže niť o průměru 2 mm je namotána ve třech vrstvách.

7.6 Pravoúhlé promítání válce na dvě k sobě kolmé průmětny

Příklad : Zobrazte pravoúhlé průměty rotačního válce, jehož podstava leží v půdorysně, mající poloměr podstavy r = 3 cm, výšku válce v = 6 cm. Střed podstavy leží 4,5 cm pod nárysny.

Řešení :



$/A_1S_1/ = 3$ cm
$/A_2A'_2/ = 6$ cm
$/S_1S_2/ = 4{,}5$ cm

Příklad 72 : Zobrazte pravoúhlé průměty rotačního válce s průměrem podstavy d = 8 cm a výškou válce v = 7,5 cm, který je umístěn :
a) spodní podstava leží v půdorysně, střed dolní podstavy je 7 cm od nárysny;
b) spodní podstava leží v rovnoběžné rovině s půdorysnou ve vzdálenosti 1 cm a střed dolní podstavy je 6 cm od nárysny;
c) spodní podstava leží v nárysně, střed dolní podstavy je 7 cm od půdorysny;
d) spodní podstava leží v rovnoběžné rovině s nárysnou ve vzdálenosti 1,5 cm a střed dolní podstavy je 6 cm od půdorysny;
e) spodní podstava leží v půdorysně a válec se dotýká nárysny;
f) spodní podstava leží v rovině rovnoběžné s půdorysnou ve vzdálenosti 1,5 cm a dotýká se nárysny;

Příklad 73 : Zobrazte pravoúhlé průměty rotačního válce s průměrem podstavy d = 8 cm a výškou válce v = 7,5 cm, jehož výška je rovnoběžná s průsečnicí x průměten :
a) válec se dotýká půdorysny i nárysny v úsečce;
b) válec leží v rovnoběžné rovině s půdorysnou ve vzdálenosti 2 cm a dotýká se nárysny v úsečce;
c) osa válce je 5 cm od půdorysny a 6 cm od nárysny;

7.7 Pravoúhlé promítání válce na tři k sobě kolmé průmětny

Příklad 74 : Zobrazte pravoúhlé průměty rotačního válce s průměrem podstavy d = 8 cm a výškou válce v = 7,5 cm, který je umístěn :
a) spodní podstava leží v půdorysně, střed dolní podstavy je 7 cm od nárysny a 6 cm od bokorysny;
b) spodní podstava leží v rovnoběžné rovině s půdorysnou ve vzdálenosti 1 cm a střed dolní podstavy je 6 cm od nárysny a 4 cm od bokorysny;

c) spodní podstava leží v nárysně, střed dolní podstavy je 7 cm od půdorysny a 6 cm od bokorysny;
d) spodní podstava leží v rovnoběžné rovině s nárysnou ve vzdálenosti 1,5 cm a střed dolní podstavy je 6 cm od půdorysny a 4 cm od bokorysny;
e) spodní podstava leží v půdorysně a válec se dotýká nárysny a bokorysny;
f) spodní podstava leží v rovině rovnoběžné s půdorysnou ve vzdálenosti 1,5 cm a dotýká se nárysny a bokorysny;

Příklad 75 : Zobrazte pravoúhlé průměty rotačního válce s průměrem podstavy d = 8 cm a výškou válce v = 7,5 cm, jehož výška je rovnoběžná s průsečnicí x průměten :
a) válec se dotýká půdorysny i nárysny v úsečce, bližší podstava je vzdálena od borkysny 2 cm;
b) válec leží v rovnoběžné rovině s půdorysnou ve vzdálenosti 2 cm a dotýká se nárysny v úsečce, bližší podstava je vzdálena od borkysny 3 cm;
c) osa válce je 5 cm od půdorysny a 6 cm od nárysny a bližší podstava je vzdálena od borkysny 1 cm;
d) válec se dotýká půdorysny i nárysny v úsečce a jedna podstava leží v bokorysně;

Souhrnná cvičení

1) Narýsujte kružnici k(S; r = 3 cm). Zvolte na ní bod M. Sestrojte všechny tětivy MN kružnice k, pro které platí MN =2,5 cm. Jakou největší délku může mít tětiva kružnice k?

2) Narýsujte libovolný trojúhelník ABC a sestrojte kružnici k tak, aby strany AB, BC, CA byly jejími tětivami.

3) Sestrojte kružnici k(S; r=3 cm), která prochází dvěma různými body A, B, a libovolnou přímku p, Sestrojte všechny tečny kružnice k, které svírají s přímkou p úhel 45^0.

4) Je dána kružnice k(S; 3 cm) a bod A, pro který platí | SA| = 8 cm. Sestrojte střed úsečky SA a označte jej M. Sestrojte kružnici l(M; MS). Body průniku kružnic l a k označte K, L. Sestrojte přímky AK, AL. Jakou polohu vzhledem ke kružnici k mají přímky AK, AL?

5) Je dána kružnice k(S; r) a bod A, pro který platí |SA| =8 cm. Sestrojte kružnici m se středem A tak, aby se dotýkala kružnice k. Určete poloměr kružnice m

6) Jsou dány dvě rovnoběžky a, b, jejichž vzdálenost je 4,5 cm. Sestrojte aspoň jednu kružnici k, pro kterou budou obě přímky tečnami.

7) Je dána kružnice k(S; 3 cm) a přímka p, jejíž vzdálenost od středu kružnice je 2,5 cm. Sestroj tečnu t kružnice k, t je rovnoběžná s p.

8) Určete délku úsečky S_1S_2, jestliže kružnice $k_1(S_1; 8\text{ cm})$, $k_2(S_2; 4\text{ cm})$ se dotýkají vně.

9) Určete délku úsečky S_1S_2, jestliže kružnice $k_1(S_1; 5\text{ dm})$, $k_2(S_2; 10\text{ dm})$ mají vnitřní dotyk.

10) Je dána kružnice k(S; 1,8 cm) a bod L tak, že | SL| =3,5 cm. Sestrojte kružnici l se středem L tak, aby :
a) s kružnicí k se dotýkala vně,
b) s kružnicí k měla vnitřní dotyk.

11) Sestrojte kružnici k o poloměru 4 cm, které mají střed v bodě K a dotýká se kružnice l (L ; 2 cm) v bodě M.

12) Jaké jsou poloměry r_1, r_2 dvou soustředných kružnic, jestliže jsou v poměru 5:9 a šířka mezikruží je 12 cm?

13) Narýsujte kružnici $k(S_1; r_1=2\text{ cm})$. Zvolte bod S_2, $|S_1S_2| = 3{,}5$ cm. Sestrojte kružnici $h(S_2; r_2)$, která nemá s kružnicí k žádný společný bod. Zapište pomocí nerovností, jaké hodnoty může nabývat poloměr r_2.

14) Vypočítejte délku kružnice, jejíž poloměr je a)1 m; b)16 mm; c)2,34 m;

15) Vypočítejte průměr kruhu, jehož obvod se rovná a) 12,56 m; b) 20,26 m;

16) Vypočítejte délku závodní dráhy, která má dvě rovinky po 50 m a průměr oblouků je 32 m.

17) Jak velký průměr má kružnice o délce 154 cm?

18) Základ stavby s kruhovým půdorysem má průměr 28 m. Vypočítejte obvod kruhového výkopu, jestliže jeho průměr je o 80 cm větší než průměr základu.

19) Vypočítejte obsah kruhu, jehož průměr je : a) 6 cm; b)18 dm; c) 24 m; d)14 mm.

20) Vypočítejte poloměr kruhu, jestliže je obsah kruhu : a) $314{,}2\text{ dm}^2$; b) $4\,027\text{ cm}^2$; c) $37{,}2\text{ dm}^2$.

21) Vypočítejte obsah čtvrtkruhu, který je částí kruhu s průměrem 6,5 m.

22) Je dáno mezikruží, které je ohraničeno dvěma soustřednými kružnicemi poloměrech 6,4 dm a 3,7 dm. Vypočítejte jeho obsah.
23) Kružnici s poloměrem 5 cm je opsán čtverec. O kolik čtverečních centimetrů je obsah čtverce větší než obsah kruhu ohraničeného danou kružnicí?

24) Vypočítejte obsah kruhu, jehož obvod se rovná obvodu čtverce se stranou $a = 3{,}52$ dm.

25) Vypočítejte obsah kruhu, jehož obvod je 8 m.

26) Vypočítejte průměr a obsah příčného kruhového řezu kmene buku, jehož obvod je 220 cm.

27) Na pilovém kotouči s průměrem 42 cm je jeden hrot bílý. Jak dlouhou dráhu opíše tento hrot za 1 minutu, jestliže se kotouč otočí za tuto dobu 825 krát?

28) Do kruhové podložky bylo vyvrtáno 10 stejných kruhových otvorů s průměry 10 cm. Tím se obsah podložky zmenšil o 8% .Vypočítejte obsah původní podložky.

29) Obsahy dvou kruhů jsou v poměru 4 : 9. Větší kruh má průměr 12 cm. Určete poloměr menšího kruhu.

30) Ovce má na obojku provaz délky 3,1 m zakončený kroužkem, který se klouzavě pohybuje po drátě mezi dvěma nízkými kolíky na louce, jejich vzdálenost je 5 m. Vypočítejte obsah vypasené louky.

31) Za jakou dobu by letoun kolem rovníku obletěl Zemi ve výši 11 km průměrnou rychlostí 900 km/h (průměr Země na rovníku je 12 750 km).

32) Tlak páry na píst parního stroje je 50 N/cm2. Jak velký tlak páry působí na píst o průměru 64 cm?

33) Zemský rovník má délku přibližně 40 000 km. Jaká by byla mezera mezi pomyslnou obručí o délce 40 001km a zemí. Prolezla by pod ní myš?

34) Na kruhový stůl s průměrem 76 cm se má zhotovit ubrus, který má kolem dokola přesahovat stůl o 10 cm. Na obrubu je třeba přidat 1,5 cm látky. Může se takový ubrus zhotovit z látky široké 90 cm bez sešívání?

35) Jaký je průměr měděného drátu ($\rho = 8900\ kg/m^3$), jestliže kus 25 cm dlouhý váží 0,275 kg.

36) Kolo těžní věže má průměr 3 m. O kolik metru vystoupí (klesne) klec výtahu, jestliže se kolo otočí stejným směrem 12 krát?

37) Zadní kola vozu mají průměr 1,2 m, přední 96 cm. V jakém poměru jsou počty jejich otáček?

38) Sekundová ručička hodin dosahuje svým koncem až ke kružnici k, která ohraničuje ciferník. Jakou část kružnice k opíše konec této ručičky při pohybu za : a) 3 s; b) 26 s; c) 36 s; d) 48 s; e)53 s; f) 58 s.

39) Vypočítejte délku kružnicového oblouku s poloměrem r a příslušným středovým úhlem ω, je-li : a) r = 3 m, $\omega = 35^0$; b) r = 40 cm, $\omega = 100^0$;
c) r = 4,9 dm $\omega = 35^0$; d) r = $\sqrt{11}$ m, $\omega = 150^0$.

40) Narýsujte libovolný kruh a rozdělte jej na kruhové výseče, jejichž obsahy budou v postupném poměru 1 : 2 : 3. Kontrolu správnosti proveďte výpočtem středových úhlů.

41) Ze čtvercové desky byla vyříznuta kruhová deska. Její průměr je roven délce strany čtverce. Jaké je procento odpadu?

42) Kruhový park má rozlohu 1600 m^2. Napříč parkem přes jeho střed vede chodník. Jakou má délku?

43) Přední kolo traktoru má průměr 75 cm, zadní má průměr 125 cm. Kolikrát se otočí na dráze dlouhé 942 m přední a kolikrát zadní kolo?

44) Válec na válcování asfaltu má průměr 80 cm a délku 1,2 m. Kolik čtverečných metrů cesty zválcuje, jestliže se otočí dvacetkrát?

45) Železniční cisterna má tvar válce s průměrem podstavy 2 m a objemem 400 hl. Vypočítejte : a) délku cisterny; b) povrch cisterny.

46) Sloup na lepení plakátů má tvar válce s průměrem podstavy 1,4 m a výškou 2,5 m. Kolik m^2 plakátu je na sloupu, jestliže je zcela využitý?

47) Plášť rotačního válce, rozvinutý do roviny, je čtverec o obsahu S = 0,81 m^2. Určete poloměr r a výšku v.

48) Plynojem má tvar válce s průměrem podstavy 12 m a výškou 18 m. Vypočtěte : a) Kolik m^3 plynu je v naplněném plynojemu?
b) Kolik stojí natření vnějšího povrchu plynojemu, jestliže 1 m^2 stojí 25 Kč?

49) Z plechu ve tvaru čtverce se má vyříznout kruh, jehož obsah je 7 dm^2. Vypočítej délku strany nejmenšího čtverce, ze kterého je možné takový kruh vystřihnout.

50) Uprostřed čtvercového trávníku se stranou délky 20 m je kruhový květinový záhon. Nejmenší vzdálenost okraje záhonu od okraje trávníku je 5 m. Na jaké ploše je zaseta tráva? Proveď náčrtek.

51) Ze skleněné tabule o obsahu 8,8 m^2 bylo vyrobeno 24 kotoučů s průměrem 66 cm. Vypočítejte kolik % tvořil odpad.
52) Z plechu o obsahu 8,5 m^2 bylo vyrobeno 150 těsnění ve tvaru kruhu o průměru 250 mm. Vypočítejte kolik % tvořil odpad.

53) Studna má tvar válce s průměrem podstavy 1,2 m. Od povrchu k hladině je hloubka 4 m. Voda je hluboká 3,5 m. Kolik m^3 zeminy bylo třeba vykopat při hloubení studny? Kolik m^3 vody je ve studni?

54) Bazén má tvar válce s průměrem podstavy 26 m. Od povrchu k hladině je 0,6 m a hloubka vody je 2,8 m. Vypočítejte :
a) Kolik vody je v bazénu?
b) Kolik m^3 zeminy vykopali při jeho hloubení?

55) Silo má tvar válce s průměrem podstavy 16 m a výškou 25 m. Vypočítejte: a) Kolik m^3 obilí je v plném silu?
b) Kolik stojí plech na výrobu sila, jestliže 1 m^2 plechu stojí 180 Kč? Spodní podstava není vyrobena z plechu.

56) Ocelový prut má tvar válce s průměrem 1,8 cm, jeho délka je 5 m. K výrobě panelu bylo použito 150 prutů. Vypočtěte hmotnost prutů v panelu, jestliže 1 m^3 má hmotnost 7800 kg.

57) Válcový odlitek má průměr podstavy 24 cm a výšku 1,5 m. Za jednu směnu se vyrobí 120 odlitků. Vypočtěte celkovou hmotnost odlitků vyrobených za jednu směnu, jestliže 1 m^3 má hmotnost 680 kg.

58) Jakou hmotnost má 1 m bronzového drátu (hustota $\rho = 9000\ kg/m^3$) o průměru $d = 4,5$ m.

59) Vypočtěte tělesovou výšku a objem rotačního válce, je-li jeho poloměr podstavy $r = 6$ dm a povrch $S = 400\ dm^2$.

60) Vypočtěte tělesovou výšku a povrch rotačního válce, je-li poloměr jeho podstavy $r = 0,4$ m a objem $V = 1,2\ m^3$.

61) Plynojem je vysoký 54 m a má objem 50 000 m^3. Vypočtěte jeho průměr.

62) Městský plynojem je vysoký 66 m, jeho šířka (průměr) je 53 m. Jak vysoko sahá vnitřní víko, je-li na ukazateli 140 000 m^3 ?

63) Válcová plechovka o objemu 0,628 litru má podstavu o průměru 10 cm. Vypočítejte :
a) Výšku plechovky.
b) Kolik cm^2 plechu se spotřebuje na výrobu takové plechovky, jestliže odpad při výrobě činí 10% ze spotřebovaného materiálu ?
c) Jakou minimální délku by muselo mít pevné brčko, abychom jej mohli do plechovky jakkoliv zastrčit a ono nespadlo dovnitř .

64) Do kvádru o výšce 50 cm se čtvercovou podstavou o hraně 20 cm je vyvrtán otvor tvaru válce o průměru 12 cm. Osa tohoto otvoru prochází středy podstav kvádru. Vypočtěte objem a povrch takto vzniklého tělesa.

65) Vodní nádrž má tvar válce s průměrem podstavy 4 m a je hluboká 60 cm.
a) Za jak dlouho se naplní 10 cm pod okraj přítokem, kterým přitéká 5 litrů vody za sekundu ? Výsledek zaokrouhlete na celé minuty.
b) Kolik procent objemu nádrže bude naplněno vodou ?

66) Plechovka tvaru válce s průměrem dna 13 cm a výškou 18 cm je naplněna okurkami.
a) Jak velký prostor zaujímají okurky, zaplníme-li zcela plechovku dolitím 2 dcl nálevu ?
b) Kolik m^2 plechu je třeba na výrobu plechovky, jestliže přidáme 7 % na odpad?

67) Do válce, který je naplněn vodou do výšky 5 mm pod svou horní hranu, házíme kostky ledu s hranou délky 2 cm. Obsah dna válce je 0,35 dm^2. Kostky ledu jsou ponořeny do šesti sedmin svého objemu. Jaké maximální množství kostek je možno hodit do tohoto válce, aby se žádná tekutina nevylila ?

68) Do krychle o hraně a = 25 cm je vyvrtán kolmo ke stěně otvor tvaru válce. Objem otvoru je 12 % objemu krychle. Vypočtěte poloměr otvor. Pro zjednodušení použijte hodnotu $\pi = 3$.

69) Do kružnice o poloměru <u>r</u> je vepsán čtverec a do tohoto čtverce je opět vepsána kružnice.
a) Vypočtěte obsah tohoto mezikruží.
b) Určete kolik procent kruhu o poloměru <u>r</u> toto mezikruží zaujímá ?

70) Ve vzdálenosti 12 km od přímé trati je pozorovatel, který vidí vše do okruhu 20 km. Jak dlouhou část trati vidí?

71) Na tyč čtvercového průřezu o straně a = 57 mm se má navléci válcové pouzdro. Vypočítejte jeho vnitřní průměr.

72) Mostní kruhový oblouk má rozpětí : a) 30 m a výšku 5 m;
b) 36 m a výšku 6 m. Vypočítejte poloměr kružnice, jejíž částí je kruhový oblouk.

73) Z kmene stromu je vytesán trám obdélníkového průřezu o rozměrech 50 mm a 120 mm. Jaký nejmenší průměr musel mít kmen?

74) Z kmenů borovic byly vyřezány trámy, které měly na příčném řezu tvar čtverce se stranou dlouhou 17 cm. Jaké nejmenší průměry musely mít kmeny borovic?

75) Dvě rovnoběžné tětivy AB a CD kružnice <u>k</u> o poloměru mají délku 8 cm a 6 cm. Vypočtěte jejich vzdálenost.

76) Trojúhelníku ACD je opsána polokružnice se středem B, /AB/ = /DC/ = 2 cm.
Vypočítejte : a) obvod trojúhelníku ACD; b) obsah trojúhelníku ACD;
c) poměr obsahů trojúhelníků ABD a BCD.

Výsledky příkladů:

2) střed dané kružnice;
3) a) nekonečně mnoho; **b)** dvě; **c)** jedna; **d)** žádná; **e)** dvě; **f)** dvě;
g) žádná;
4) a) přibližně 9,54 cm; **b)** ne; **c)** 2;
5) iracionálním číslem, protože nelze vyjádřit jako podíl dvou celých čísel;
6) a) 31,4 cm; 78,5 cm^2; **b)** 81,64 mm; 530,66 mm^2; **c)** 40,192 dm; 128,61 dm^2; **d)** 131,88 cm; 1 384,74 cm^2; **e)** 6,594 m; 3,46 m^2;
f) 28,574 cm; 65 cm^2;
7) a) 78,5 cm^2; **b)** 63,58 m^2; **c)** 200,96 dm^2; **d)** 314 mm^2; **e)** 530,66 mm^2;
8) a) 50,24 cm; **b)** 56,52 m; **c)** 31,4 m; **d)** 6,594 m; **e)** 28,574 mm;
9) 95,5 m;**10) a)** 1 018 m^2; **b)** 2 458 m^2;**11)** 796,18 krát;
12) a) 22,2 cm; **b)** 15,7 cm;**13)** 11,3 cm;**14) 5** cm;**15)** 140 cm;**16)** 4.π cm;
17) a) 8,38 cm^2; 4,19 m; b) 93,52 dm^2; 29,67 dm; c) 382,4 m^2; 42,47 m;
18) a) 180^0; b) 60^0; c) 45^0; d) $0{,}36^0$;
19) a) 30^0; **b)** 65^0; **c)** 110^0; **d)** 200^0; **e)** 350^0; **f)** 360^0;
20) a) 30^0; **b)** 65^0; **c)** 110^0; **d)** 200^0; **e)** 350^0; **f)** 360^0;**21)** 5 cm;
22) a) 6,54 cm^2; **b)** 14,17 cm^2; **c)** 23,99 cm^2; **d)** 43,61 cm^2; **e)** 76,32 cm^2;
f) 78,5 cm^2;
23) a) 3,92 cm; **b)** 6,28 cm; **c)** 4,45 cm; **d)** 12,3 cm; **e)** 23,64 cm;
f) 29,66 cm;
24) a) 62,8cm; **b)** 314 cm; **c)** 471 cm; **d)** 1 946,8 cm; **e)** 753,6 cm;
f) 1 507,2 cm; **g)** 1,05 cm; **h)** 10,46 cm;
25) a) 1,57 cm; **b)** 7,85 cm; **c)** 11,77 cm; **d)** 48,67 cm; **e)** 18,84 cm;
f) 37,68 cm; **g)** 0,03 cm; **h)** 0,26 cm;
26) a) $\frac{1}{30}$; **b)** $\frac{1}{4}$; **c)** $\frac{1}{2}$; **d)** $\frac{3}{4}$; **e)** $\frac{5}{6}$; **f)** 1;
27) 12,5 %
28) a) $\pi.\sqrt{6}$ cm, 1,5. π = 4,71 cm^2; **b)** 2.π = 6,28 cm, π = 3,14 cm^2;
c) 10. π = 31,4 cm, 25. π = 78,5 cm^2; **d)** 4. π = 12,56 cm, 4. π = 12,56 cm^2;
e) $\pi.\frac{4}{3}.\sqrt{3}$ = 3,62 cm, $\frac{1}{3}$. π = 1,05 cm^2;
29) a) 12. π = 37,68 cm; **b)** 1 + 10. π = 32,4 cm; **c)** 12. π = 37,68 cm;
d) 8,44 cm; **e)** 24 π^2 = 236,64 cm;
30) a) $(13 + 4.\sqrt{3}).\pi$ = 62,55 cm^2; **b)** 25. π + 1 = 79,5 cm^2;
c) 20.25. π = 63,59 cm^2; **d)** 98. π = 307,72 cm^2; **e)** $\frac{1}{3}$. π = 1,05 cm^2;
31) a) polovina, čtvrtina; **b)** polovina, čtvrtina; **c)** 3 krát větší, 9 krát větší;
d) 4 krát menší, 16 krát zmenší; **e)** 2 krát zvětší, 4 krát zvětší; **f)** 3 krát zvětší, 9 krát zmenší; **g)** 1,5 krát zvětší, 2,25 krát zvětší;
32) a) $2.\sqrt{13}.\pi$ = 22,64 cm; **b)** $\sqrt{53}.\pi$ = 22,86 cm; **c)** 5. π = 15,7 cm;
d) 10. π = 32,79 cm;
33) $2.\sqrt{3}.\pi$ cm; **34)** $5.\sqrt{2}.\pi$ = 22,14 cm; **35)** $\frac{32}{3}.\pi$ = 33,49 cm;
36) $2.\sqrt{3}.\pi$ = 10,86 cm; **37)** 3140 mm^2 **38)** 219,8 mm **40)** 8 cm;

41) 3,9 cm;
46) a) protínají se ve dvou bodech; **b)** vně sebe; **c)** vně sebe; **d)** vnější dotyk; **e)** uvnitř sebe; **f)** soustředné;
47) a) $r_2 > 4$ cm nebo $r_2 < 2$; **b)** $r_2 = 4$ cm nebo $r_2 = 2$; **c)** $2 < r < 4$;
49) 100,48 cm^2; **50)** 12 cm; 6,7 cm^2; **51) 8**,7 cm;
52) rovnoramenné; 90^0; /AX/ = 5,4 cm;
56) a) 353,25 cm^3; 298,3 cm^2; **b)** 565,2 cm^3; 414,48 cm^2; **c)** 37,68 cm^3; 62,8 cm^2; **d)** 80.π = 251,2 cm^3; 226,08 cm^2; **e)** 15,625. π = 49,0625 cm^3; 78,5 cm^2; **f)** 2,1266. π = 6,6778 dm^3; 22,4 dm^2; **g)** 785 cm^3; 188,4 cm^2;
h) 144. π = 452,16 cm^3, 120. π cm^2; **i)** 18,491. π = 58,06 cm^3, 42,64. π = = 133,9 cm^2, **j)** 12,5. π = 39,25 cm^3, 22,5. π = 70,65 cm^2; **k)** 0,216. π = = 0,68 cm^3, 2,16. π = 6,78 cm^2,
57) a) 487,36 cm^2; **b)** 7,85 m^2; **c)** 86 m^2; **d)** 194,78 dm^2; **e)** 80,96 cm^2;
58) a) 225,72 cm^3; b) 3,14 cm^3; c) 10,88 m^3;
59) a) 4 krát zvětší; **b)** 4 krát zmenší; **c)** 3 krát zvětší; **d)** 8 krát zvětší;
e) stejný objem;
60) 1 538,6m^3; 39 234 300 kg; 1 424 304 Kč;
61) 23,13 m; **62)** 63. π = 197,82 cm^3, 60. π = 188,4 cm^2;
63) a) 376,8 m; **b)** 753,6 m^2; **64)** 202 923 cm^2; **65)** 35,325 dm^3;
66) 4,4 cm; **67)** 4,42 cm; **68)** 502,4 km;
69) a) 330,642 l; **b)** 130 hl; **c)** 73,476 dm^2;
70) a) 6,8 cm^3; **b)** 0,106 cm;
71) na šířku 4 cm se vejde 20 nití, středy 1. vrstvy nití mají poloměr 20+1=21mm,O_1= 2.3,14.21=131,88 mm, v 1. vrstvě j niť 131,88.20=2637,6,
druhá vrstva 2.3,14.23= 144,44mm, 144,44.20=2888,8 mm, třetí vrstva 2.3,14.25=157 mm, 157.20 =3140mm, celkem 2637,6+2888,8+3140=
= 8666,4 mm=8,67 m;

Výsledky souhrnných cvičení

1) dvě tětivy; 6 cm; **2)** kružnice je opsaná trojúhelníku;
3) 4 tečny;**4)** tečny; **5)** 8 – r; 8 + r; **7)** dvě tečny; **8)** 12 cm; **9)** 5 dm; **11)** nekonečně mnoho řešení; **12)** 15 cm, 27 cm;**13)** $r_2 < 1{,}5$ cm, $r_2 > 5{,}5$ cm;
14) a) 6,28 m ; **b)** 100,48 mm ; **c)** 14,7 m **;15) a)** 4 m ; **b)** 6,45 m ;
16) 200,5 m;**17)** 49 cm; **18)** 90,4 m;
19) a) 28,27 cm^2 ; **b)** 254,47 dm^2 ; **c)** 1,2 m^2 ; **d)** 154 mm^2 ;
20) a) 10 dm ; **b)** 35,81 cm^2 ; **c)** 3,44 dm ; **21)** 8,3 m^2 ; **22)** 85,63 dm^2 ;
23) 21,5 cm^2; **24)** 15,78 dm^2; **25)** 5,096 m^2; **26)** 70 cm; 3 848,7 cm^2;
27) 1 088,01 m; **28) 9 812** cm^2; **29)** 4 cm; **30)** 61 m^2 ;**31)** 44,5 h;
32) 160 768 N; **33)** 159,2 m; ano **34)** ne; **35)** 1,24 cm; **36)** 13,04 m; **37)** 4 : 5;
38) a) $\frac{1}{20}$; **b)** $\frac{13}{30}$; **c)** $\frac{3}{5}$; **d)** $\frac{4}{5}$; **e)** $\frac{53}{60}$; **f)** $\frac{29}{30}$;
39) a) 2,75 m^2 ; **b)** 1 395,6 cm^2 ; **c)** 7,33 dm^2 ; **d)** 14,39 m^2;
40) 60^0; 120^0; 180^0; **41)** 21,5 % **42)** 45,14 m; **43)** menší 400krát, větší 240krát;
44) 60,3 m^2 ; **45) a)** 12,7 m; **b)** asi 86 m^2; **46)** 11 m^2; **47)** r = 0,14 m; v = 0,9 m;
48) a) 2 035 m^3; **b)** 22 608 Kč; **49)** 3 dm; **50)** 321,5 m^2; **51)** 6,7 %;

52) 13,42 %; **53)** 8,478 m^3; 3,9564 m^3; **54)** 1485,848 m^3, 1804,244 m^3;
55) a) 5 024 m^3; **b)** 262 252 Kč; **56)** 1 487,9 kg; **57)** 5 534,4 kg;
58) 143 066,25 kg; **59**) 4,61 dm; 521,1 dm^3 **60)** 7 m; 2,4 m; **61)** 34,334 m;
62) 63,5 m; **63)** v = 8 cm; 449 cm^2; 12,8 cm; **64)** 14 3487 cm^3; 6 457,9 cm^2;
65) a) 21 minut; **b)** 83,3 %; **66) a)** 2,2 dm^3; **b)** 0,1 m^2;
67) maximálně dvě kostky ledu; **68)** 5 cm; **69) a)** $0{,}5.\pi.r^2$; **b)** 50% kruhu;
70) 32 km; **71)** 80,6 mm; **72) a)** 25 m; **b)** 24 m ; **73)** 130 mm**; 74)** 24 cm;
75) 1 cm nebo 7 cm; **76) a)** 9,5 m; **b)** 3,5 cm^2; **c)** 1 : 1;