

Slovní úlohy na lineární rovnici

Slovní úlohy je výhodné rozdělit na několik typů a určit nejsnadnější postup jejich řešení.

Je vhodné označit v dané úloze jednu veličinu jako neznámou (většinou tu , na kterou se text úlohy ptá) a ostatní veličiny popsat nějakým vztahem (vzorcem) k této neznámé. Potom sestavíme rovnici a vyřešíme ji. Součástí řešení rovnice je i odpověď.

Typy slovních úloh:

A) Geometrické úlohy

Příklad:

Trojúhelník má obvod 42 cm . Strana a je 2 krát kratší než strana b , strana c je o 2 cm delší než strana a . Určete velikosti stran trojúhelníku.

Řešení:

$$a = x$$

$$b = 2x$$

$$c = x + 2$$

$$o = 40$$

$$x + 2x + x + 2 = 42$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

Celkem: $a = 10$, $b = 20$, $c = 12$.

B) Rozdělovací úlohy

Příklad:

Tři studenti se zúčastnili letní brigády. Dohromady si vydělali 1 780,- Kč. Rozdělili se podle času , který trávili v práci takto: Petr dostal o třetinu méně než Honza a Pavel dostal o sto korun více než Petr. Kolik dostal každý z nich?

Řešení:

$$\text{Petr} \dots\dots\dots x - \frac{x}{3}$$

$$\text{Honza} \dots\dots\dots x$$

$$\text{Pavel} \dots\dots\dots x - \frac{x}{3} + 100$$

$$\text{Dohromady : } x - \frac{x}{3} + x + x - \frac{x}{3} + 100 = 1\,780$$

$$3x - \frac{2x}{3} = 1\,680 \quad / \cdot 3$$

$$9x - 2x = 5\,040$$

$$7x = 5\,040$$

$$x = 720$$

Studenti si na brigádě vydělali takto: Petr 480,- Kč , Honza 720,- Kč , Pavel 580,- Kč .

C) Úlohy o pohybu:

Příklad:

Z měst A a B vzdálených od sebe 180 km vyjely proti sobě zároveň dva automobily. Nákladní automobil jel rychlostí 60 km / hod , osobní automobil jel rychlostí 90 km / hod. Kdy a kde se potkaly?

Řešení:

nákladní automobil

$$v_1 = 60$$

$$t_1 = x$$

$$s_1 = 60 \cdot x$$

osobní automobil

$$v_2 = 90$$

$$t_2 = x$$

$$s_2 = 90 \cdot x$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = s_1 + s_2$$

$$180 = 60x + 90x$$

$$180 = 150x$$

$$x = 1,2$$

$$s_1 = 60 \cdot x = 60 \cdot 1,2 = 72$$

Odpověď: Automobily se potkají za 1,2 hod (tedy 1 hodinu a 12 minut) ve vzdálenosti 72 km od místa A (108 km od místa B).

Častý je tento způsob řešení:

	v	t	s
osobní automobil	90	x	90 x
nákladní automobil	60	x	60 x

$$90x + 60x = 180$$

$$x = 72$$

D) Výpočet doby napouštění nádrží, výtokové doby , úlohy na společnou práci

Příklad:

Řidič A provede odvoz materiálu na stavbu za 35 hodin. Jezdí - li společně s ním řidič B , odvezou materiál za 10 hodin. Za jak dlouho by odvezl materiál sám řidič B ?

Řešení:

řidič A	35 hodin	$\frac{1}{35}$ za hodinu
řidič B	x hodin	$\frac{1}{x}$ za hodinu
oba spolu	10 hodin	$\frac{1}{10}$ za hodinu

$$\frac{1}{35} + \frac{1}{x} = \frac{1}{10} \quad / \cdot x \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$2x + 70 = 7x$$

$$70 = 5x$$

$$x = 14$$

Řidič B by sám odvezl materiál za 14 hodin

E) Chemické směšovací úlohy

Příklad:

Kolik kg zinku musíme přidat k 75 kg mědi, abychom dostali mosaz s obsahem 30 % zinku?

Řešení:

zinek	x kg	30%
měď	75 kg	70%
mosaz	x + 75 kg	100%

použijeme tuto trojčlenku :

↑	100	x + 75	↑
↑	30	x	↑

Na výrobu mosazi bude potřeba 32,14 kg zinku.

$$x = \frac{(x + 75) \cdot 30}{100}$$

$$100x = 30x + 2250$$

$$70x = 2250$$

$$x = 32,14$$

Cvičení

- 1.) Ve slévárně bylo odlito 42 ingotů. Polovina ingotů měla hmotnost po 6 400 kg, třetina ingotů měla hmotnost po 5 250 kg a zbytek po 4 600 kg. Určete průměrnou hmotnost ingotu.
[asi 5 717 kg]
- 2.) Soustružník vyrobil 84 součástek za směnu. Vyrobí-li za směnu o 28 součástek více, bude s plánovanou prací hotov o tři směny dříve. Na kolik směn byla práce původně plánována?
[na 12 směn]
- 3.) Do knihovny bylo během roku zakoupeno 115 nových knih. Za 2. pololetí jich přitom přibylo do knihovny o 30% více než za 1. pololetí. Kolik knih bylo do knihovny zakoupeno v 2. pololetí?
[65]
- 4.) Přičteme-li k neznámému číslu jeho čtvrtinu, dostaneme 210. Určete neznámé číslo.
[168]
- 5.) Tři střední školy navštěvuje celkem 678 studentů. Do první chodí o 21 studentů více a do třetí o 108 studentů méně než do druhé školy. Kolik studentů navštěvuje jednotlivé školy?
[276; 255; 147]
- 6.) Pavel utratil na pouti během 3 dnů 315 Kč tak, že každý následující den svoji útratu zdvojnásobil. Kolik Kč utratil první den?
[45 Kč]
- 7.) Tričko bylo zlevněno o 42 Kč, což je bez jedné koruny přesně $\frac{1}{5}$ původní ceny. Za jakou cenu se tričko prodávalo před zlevněním?
[215 Kč]
- 8.) Na rekreační zájezd jelo 35 účastníků a bylo zapláceno 8 530,- Kč. Zaměstnanci platili 165,- Kč, rodinní příslušníci 310,- Kč. Určete, kolik zaměstnanců a kolik rodinných příslušníků se zúčastnilo zájezdu.
[16 zam., 19 rod.p.]
- 9.) Polovina zaměstnanců továrny pracuje v první směně, třetina zaměstnanců pracuje ve druhé směně a 130 zaměstnanců pracuje ve třetí směně. Kolik zaměstnanců má továrna?
[780]
- 10.) V podniku je zaměstnáno 4 372 zaměstnanců. Žen je o 3800 více než mužů. Kolik je v podniku žen a kolik mužů?
[4 086 žen, 286 mužů]
- 11.) Opravář má v zásobě 3 druhy matic. Z celkového počtu připadá čtvrtina na matice střední velikosti, 7/15 na matice největší a zbytek na matice nejmenší. Kolik matic každého druhu má opravář, je-li malých matic o 8 více než středních?
[m = 68, s = 60, v = 112]
- 12.) Majitel kempu nabízí 79 míst ve 22 chatičkách. Kolik z nich je třílůžkových a kolik čtyřlůžkových?
[9 tří, 13 čtyř]
- 13.) Ze dvou míst M, N vyjdou proti sobě současně dva chodci. První ujde vzdálenost MN za 5 hodin 30 minut; druhý ujde vzdálenost NM za 4 hodiny 24 minuty. Oba chodci jdou stále stejnou rychlostí. Vypočtete, za jak dlouho se potkají.
[za 2 hod 26 min 40 sec]

- 14.) Ze dvou míst A,B vzdálených od sebe 213 km vyjedou proti sobě a v témže okamžiku auto rychlostí 50 km/hod a cyklista průměrnou rychlostí 18 km/hod. Určete, za jak dlouho od vyjetí se setkají, jestliže auto krátce po vyjetí mělo poruchu a na její opravu bylo potřeba 30 minut.
- [3,5 hod]
- 15.) Za traktorem, který jede rychlostí 12 km/h , bylo vysláno auto o 3,5 hodiny později. Má ho dostihnout za 45 minut. Jakou rychlostí jede?
- [68]
- 16.) V 7 hodin vyšel chodec průměrnou rychlostí 5 km/hod a o 7 hodin později za ním vyjel cyklista rychlostí 12 km/hod. Určete, v kolik hodin se setkají.
- [v 19 hod]
- 17.) Traktor vyjíždí z pole a průměrnou rychlostí 20km/hod směřuje do 14 km vzdáleného ZD. O 20 minut později za ním ze stejného pole vyjel agronom na motocyklu průměrnou rychlostí 45 km/hod. Dostihne traktor ještě před jeho vjezdem do ZD?
- [ano, 2 km před]
- 18.) Ze dvou míst vzdálených od sebe 15 600 km vyšli současně proti sobě dva chodci průměrnými rychlostmi 5 km/hod a 1,5 m/sec. Za jak dlouho se setkají?
- [za 1,5 h]
- 19.) Ze statku vyjel povoz průměrnou rychlostí 10 km/hod. O 10 minut později za ním vyjel chlapec na kole. Jakou rychlostí by musel jet, aby povoz dohonil za 50 minut?
- [12 km/hod]
- 20.) Z místa A do místa B vyjel v 10 hodin 15 minut motocykl průměrnou rychlostí 40 km/hod. V okamžiku, kdy byl vzdálen 20 km od místa A, vyjel proti němu z místa B nákladní automobil průměrnou rychlostí 50 km/hod. V kolik hodin a jak daleko od místa B se setkají, je-li vzdálenost míst A,B 132,5 km?
- [ve 12 hod, 62,5 km]
- 21.) Dva běžci vyběhli současně proti sobě z míst vzdálených 27,5 km. Průměrná rychlost prvního běžce byla o $\frac{1}{5}$ vyšší než průměrná rychlost druhého běžce.. Za jak dlouho by každý uběhl zmiňovaných 27,5 km, víte-li, že se na trati potkají po 75 minutách?
- [1. b 2hod 17min 30sec; 2. b 2hod 45 min]
- 22.) V 8 hodin vyšel z místa A první chodec průměrnou rychlostí 4 km/hod. V kolik hodin za ním musí vyjít druhý chodec průměrnou rychlostí 5 km/hod, aby ho dostihl ve vzdálenosti 10 km od místa A?
- [v 8 hod 30min]
- 23.) Vodní nádrž se prvním čerpadlem vyprázdní za 6 hodin, druhým čerpadlem za 2 hodiny. Aby byla vyprázdněna za jednu hodinu, musela být spuštěna všechna tři čerpadla. Za jak dlouho by se nádrž vyprázdnila jen třetím čerpadlem?
- [3 hod]

- 24.) Nádržka se naplní první rourou za 3 hodiny, druhou rourou za 2 hodiny a 30 minut a třetí rourou za 2 hodiny. Za jak dlouho se nádržka naplní, bude-li voda přitékat všemi třemi rourami současně?

$$\left[\frac{33}{37} \text{ hod} \right]$$
- 25.) Nádržka se naplní jedním čerpadlem za 9 hodin, druhým za 6 hodin. Má se zřídit třetí čerpadlo, aby se nádržka všemi třemi čerpadly naplnila za dvě hodiny. Za jakou dobu by se nádržka naplnila jen třetím čerpadlem?

$$[4,5]$$
- 26.) Jedním otvorem vytekla třetina obsahu nádržky, druhým otvorem vytekla za stejnou dobu polovina obsahu nádržky. Oběma otvory vyteče 300 l za minutu. Přitom trvalo 2 hodiny, než byl oběma otvory zbytek obsahu nádržky vypuštěn. Kolik hektolitrů vody bylo původně v nádržce?

$$[2 \text{ } 160 \text{ hl}]$$
- 27.) Nádrž o objemu 645 hl se naplní třemi kohouty za 15 minut. Za jednu minutu nateče prvním kohoutem o 3 hl více než druhým kohoutem a o 8 hl více než třetím kohoutem. Za jak dlouho se nádrž naplní každým kohoutem zvlášť?

$$[1.\text{k} - 35 \text{ min } 50\text{sec} , 2.\text{k} - 43\text{min} , 3.\text{k} - 1\text{hod } 4 \text{ min } 30 \text{ sec}]$$
- 28.) Prvnímu ševci by oprava 10 párů bot trvala 4 hodiny, druhému ševci 6 hodin. Za jak dlouho by tuto práci zvládli společně?

$$[2 \text{ hod } 24 \text{ min}]$$
- 29.) Dvěma natěračům by trvalo natření oken v domě 3 dny. Za kolik dní by natřel okna sám první natěrač, jestliže druhému by to trvalo 9 dní?

$$[4,5 \text{ dne}]$$
- 30.) Otec sám by očesal strom za 3 hodiny, jeho syn za 2 hodiny. Za jak dlouho by tuto práci vykonali společně?

$$[1 \text{ hod } 12 \text{ min}]$$
- 31.) Jana nasbírá 2,5 litru borůvek za 3 hodiny, Martin 1 litr za 2 hodiny. Za jak dlouho společně nasbírají 1 litr?

$$[45 \text{ min}]$$
- 32.) První sekačkou bychom posekali zahradu za 12 hodin, druhou sekačkou za 8 hodin.
 a) Za jak dlouho posekáme zahradu pomocí obou sekaček?
 b) Jak dlouho bude sekání trvat, pokud bude první 2 hodiny v provozu pouze první sekačka a zbytek času obě?

$$[\text{a) } 4 \text{ hod } 48 \text{ min} \text{ b) } 6 \text{ hod}]$$
- 33.) 32dělníků provede určitou práci za 35 dní. Za kolik dní bude práce hotova, bude-li na ní od 21. dne pracovat 48 dělníků?

$$[\text{za } 30 \text{ dní}]$$
- 34.) Odvoz materiálu autem trvá 10 hodin. Aby odvoz materiálu skončil v jediné směně, vypomáhá s odvozem traktor, jemuž odvoz trvá třikrát déle než autu. Vypočítejte, za kolik hodin byl materiál odvezen.

$$[\text{za } 7,5 \text{ hodiny}]$$
- 35.) Jeden traktor zorá pole za 9 dní. Tento první traktor pracoval dva dni. Pak pracovaly dva traktory a dokončily orbu o tři dni dříve, než by ji provedl první traktor. Určete, kolik dní by pracoval druhý traktor, kdyby prováděl orbu sám.

$$[12 \text{ dní}]$$

- 36.) První dělník vykoná určitou práci za 10 hodin. Druhý dělník vykoná tutéž práci za 15 hodin. Za jak dlouho vykonají práci oba dělníci, budou-li pracovat společně?
[za 6 hodin]
- 37.) Tři dělníci A,B,C mají splnit určitý úkol. Dělníci A,B by jej dokončili za 12 dní, B spolu s C za 20 dní, A spolu s C za 15 dní. Jak dlouho by pracoval na úkolu každý z nich sám? Jak dlouho by trvalo splnění úkolu, kdyby pracovali všichni 3 společně?
[10 dní]
- 38.) První dělník vykoná určitou práci za 12 dní. Druhý dělník vykoná tutéž práci za 10 dní. První dělník pracuje nejprve sám 4 dni, pak pracují oba dělníci společně. Za jak dlouho celkem bude práce hotova (počítejte pracovní den jako 8 hodin) ?
[asi 7 dní a 5 hodin]
- 39.) Dva dělníci pracují-li společně, vykonají určitou práci za 32 dní. Společně pracovali 8 dní. Pak byl jeden dělník odvolán a druhý skončil práci za dalších 72 dní. Kolik dní potřebuje každý s obou dělníků k vykonání práce, pracuje-li sám ?
[48 dní, 96 dní]
- 40.) Továrna splnila lednový měsíční plán na 107 %, únorový plán na 108 %. Za leden i únor vyrobila navíc 375 výrobků. Určete měsíční plán.
[2 500]
- 41.) Doly A,B měly stejný plán těžby a vytěžily dohromady 134t nad plán. Zásahu o to měl však pouze důl A, který překročil plán o dvě procenta, kdežto důl B zůstal 1 procento pod plánem. Kolik tun měly oba doly plánováno a kolik skutečně vytěžily?
[plán - 13 400 t]
- 42.) Dvěma bratrům je dohromady 84 let. Když bylo staršímu bratrovi tolik let, kolik je dnes mladšímu, stáří mladšího bratra bylo právě poloviční než dnešní stáří staršího bratra. Určete stáří obou bratrů.
[48 let, 36 let]
- 43.) Dá-li Alena Lence 3 bonbóny, bude mít stále ještě o 1 bonbón více. Dá-li Lenka Aleně 1 bonbón, bude jich mít Alena dvakrát více než Lenka. Kolik bonbónů má každá z nich?
[A – 17 ; L – 10]
- 44.) Dvě ozubená kola mají převod 2 : 3 . Vypočítejte poloměry kol, je-li vzdálenost jejich středů 270 mm.
[108 mm , 162 mm]
- 45.) Délka obdélníka je třikrát větší než jeho šířka. Zvětší-li se šířka o 4 metry a délka o 5 metrů, pak se jeho obsah zvětší o 105 m². Určete rozměry obdélníka.
[a=5, b=15]
- 46.) Zvětší-li se jedna strana čtverce o 8 cm a druhá strana čtverce se zmenší o 6 cm, vznikne obdélník téhož obsahu jako původní čtverec. Určete stranu čtverce.
[24 cm]
- 47.) Za osmdesát výrobků dvojí jakosti se utržilo celkem 175 Kčs. Jestliže výrobek 1.jakosti se prodával po n Kčs za kus (n je přirozené číslo) a výrobek druhé jakosti po 2Kčs za kus, kolik kusů 1.jakosti bylo prodáno?
[n=3 x=15, n=5 x=5, n=7 x=3, n=17 x=1]

- 48.) Základna rovnoramenného trojúhelníka má délku o 4cm kratší než rameno. Jeho obvod je 9cm. Určete velikosti jeho stran.
[a=11, z=7]
- 49.) Vnější úhel trojúhelníku má velikost $123^{\circ}20'$. Rozdíl velikostí dvou jeho protilehlých vnitřních úhlů je $10^{\circ}54'$. Určete velikosti jeho vnitřních úhlů.
[$56^{\circ}13'$, $67^{\circ}07'$, $56^{\circ}40'$]
- 50.) Objem kvádrů je 900cm^3 , jeho povrch je 600cm^2 a obsah jedné stěny je 60cm^2 . Určete velikost hran kvádrů.
[6, 10, 15]
- 51.) Která tři čísla mají tu vlastnost, že součet převrácených čísel prvního a druhého je $7/12$, prvního a třetího $11/24$ a druhého a třetího $3/8$?
[3, 4, 8]
- 52.) Jaký roztok vznikne smícháním 2 litrů 25% roztoku a 5 dl 80% roztoku?
[36 %]
- 53.) S kolika ml 40% roztoku musíme smíchat 90 ml 55% roztoku, aby vznikl 50% roztok?
[se 45 ml]
- 54.) Jaký roztok vznikne, smícháme-li 3 litry 30% roztoku a 2 litry 70% roztoku?
[46%]
- 55.) Ze dvou druhů koření v ceně 200Kč a 260 Kč za 1 kg se má připravit 30 kg směsi v ceně 210 Kč za 1 kg. Kolik kg každého druhu koření je třeba smíchat?
[25 kg za 200,- ; 5 kg za 260,-]