

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**POJEM VZDÁLENOST V ANALYTICKÉ GEOMETRII**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Iva Kašparová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 4. 10. 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá vzdálenost bodu od přímky a roviny a vzdálenost přímek a rovin, počítá jejich velikost a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**POJEM VZDÁLENOST V ANALYTICKÉ GEOMETRII**

**Příklad 1**

**Napište rovnici přímky p, která prochází bodem A[1;2] a má od bodu B[1;-1] vzdálenost**

**.**

*Řešení:*

*Hledaná přímka prochází bodem A, její rovnice tedy je: , odtud *

*Pro vzdálenost bodu B od přímky p platí: *

*Výraz  vyjadřuje velikost vektoru kolmého k přímce p. Zvolíme jednotkový vektor, platí tedy:  a tedy i .*

*Dosazením do vztahu pro vzdálenost B od p dostaneme: , kde tedy. Odtud plyne, že výsledky pro proměnné a, b, c jsou :*

1. **
2. **
3. **
4. **

*Z 1) a 4) plyne stejná rovnice * ***tj.: x - y + 1 = 0.***

*Z 2) a 3) plyne stejná rovnice* *** tj.: x + y - 3 = 0.***

**Příklad 2**

**Vypočítejte vzdálenost bodu A[6;-6;5] od přímky p = {[4;1-6t;4-6t], t ϵ R}.**

*Řešení:*

*Existují 3 způsoby řešení:*

1. ***způsob:***

*Platí, že │Ap│= │AP│, kde P je pata kolmice vedené bodem A k přímce p. Platí tedy
P[4;1-6t;4-6t], t ϵ R. Směrový vektor přímky AP má souřadnice* *******, směrový vektor přímky p je , protože********platí: . Tedy
2.0 - 6.(-7+6t)-6.(1+6t) = 0 odtud a bod* ***P[4;-2;1].***

***│Ap│= │AP│== 6.***

1. ***způsob:***

*Bodem A vedeme rovinu σ kolmou k přímce p. Směrový vektor přímky p je normálovým vektorem roviny σ, zároveň platí A ϵ σ ⇒ σ: -6y - 6z - 6 = 0 tj.:* ***σ: y + z + 1 = 0.*** *Průsečík P roviny σ a přímky p získáme dosazením parametrického vyjádření přímky p do obecné rovnice roviny σ, tedy: 1 - 6t + 4 - 6t + 1 = 0 odtud  a průsečík* ***P* *[4;-2;1].***

*A opět:* ***│Ap│= │AP│== 6.***

1. ***způsob:***

*Vzdálenost bodu A od přímky p je minimální velikost úsečky AX, kde Xϵp. Platí X[4;1-6t;4-6t], tedy: . Tato funkce proměnné t nabývá svého minima pro , a průsečík* ***X* *[4;-2;1].***

*A opět:* ***│Ap│= │AX│== 6.***

**Příklad 3**

**Jsou dány roviny α = {[2s; 2t; 2-t-s], t, s ϵ R}, β = {[1-u-2v; u; v], u, v ϵ R}. Ověřte, že roviny α a β jsou rovnoběžné a určete jejich vzdálenost.**

*Řešení:*

*Určíme obecné rovnice rovin α a β .*

*Pomocí vektorového součinu směrových vektorů roviny α*  *dostaneme normálový vektor roviny α*  *=*  *a A[0;0;2] ϵ α*

*tedy* ***α: x + y + 2z - 4 = 0.***

*Podobně dostaneme obecnou rovnici* ***β: x + y + 2z - 1 = 0.***

*Pro normálové vektory platí:* *,* ***tedy platí αǁβ.***

*Vzdálenost rovnoběžných rovin je vzdálenost libovolného bodu jedné roviny od roviny druhé, platí tedy:* *.*

**Úlohy k procvičení:**

1. Jsou dány body A[1;-2;-2], B[2;-1;-1], C[1;-1;-2], M[0;2;-2].
2. Vypočítejte vzdálenost bodu M od roviny ABC.
3. Najděte obraz M’ bodu M v osové souměrnosti podle přímky AB.

 *[ a)* *, b) M’[4;-4;0] ].*

 2) Najděte rovnici přímky p, která prochází bodem A[2;3] a má od bodu B[0;-1] vzdálenost

 v = 4.

 *[].*

1. V trojúhelníku ABC vypočítejte velikost výšky na stranu a, je-li: A[1;2;3], B[3;6;2],

C[-1;10;-2].

*[].*

1. Vypočítejte vzdálenost rovnoběžných přímek p = {[1-t; 1+2t;-t], tϵR},

 q = {[2+s;1-2s;2+s], sϵR}.

*[].*

1. Vypočítejte vzdálenost bodu A[4;2;-3] od roviny σ: 2x - 2y + z + 5 = 0.

*[].*

Použité zdroje a literatura:

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: *Analytická geometrie*. 2. upravené vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-163-9.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.