

Projekt

**ŠABLONY NA GVM**

Gymnázium Velké Meziříčí

registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0948

IV-2     Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji matematické gramotnosti žáků středních škol

**VEKTOROVÁ ALGEBRA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Autor** | Iva Kašparová |
| **Jazyk** | čeština |
| **Datum vytvoření** | 2. 5. 2013 |
| **Cílová skupina** | žáci 16 – 19 let |
| **Stupeň a typ vzdělávání** | gymnaziální vzdělávání |
| **Druh učebního materiálu** | vzorové příklady a příklady k procvičení |
| **Očekávaný výstup** | žák ovládá operace s vektory, počítá jejich velikost, odchylku, skalární a vektorový součin a umí je aplikovat při řešení úloh |
| **Anotace** | materiál je vhodný nejen k výkladu a procvičování, ale i k samostatné práci žáků, k jejich domácí přípravě, velké uplatnění najde zejména při přípravě žáků k maturitní zkoušce |

**VEKTOROVÁ ALGEBRA**

**Vektor** je množina všech orientovaných úseček, které mají stejnou velikost a směr.



**Příklad 1**

**Jsou dány body A[1;1], B[4;-3], C[7;1], D[4;5].**

1. **Dokažte, že body A, B, C,D jsou vrcholy kosočtverce.**
2. **Vypočtěte velikost strany, velikost úhlopříček a velikosti vnitřních úhlů tohoto kosočtverce.**

*Řešení:*

1. *Určíme směrové vektory všech stran kosočtverce:*

 ****

*Platí: AB* ǁ *CD a BC* ǁ *AD →* ***jde o rovnoběžník****.*

1. **

*Jde o kosočtverec s****velikostí strany 5.***

**

 ***Úhlopříčky mají délky e=6 a f=8.***

******

$$\cos(\left|∢BAD\right|=\frac{\left|\vec{u}∙\vec{x}\right|}{\left|\vec{u}\right|∙\left|\vec{x}\right|})=\frac{\left|-9+16\right|}{5∙5}=\frac{7}{25}⇒\left|∢BAD\right|=106°16´$$

**

$$\left|∢ABC\right|=180°-106°16´=73°44´$$

***Vnitřní úhly kosočtverce jsou 106⁰16’ a 73⁰44’.***

**Příklad 2**

**Jsou dány vektory** **, určete souřadnice vektoru****, *tak aby platilo:*** ***.***

*Řešení:*



 (1)

 (2)

. (3)

*Odečtením (1) –(3) dostaneme* *tj.* *. (4)*

*K rovnici (1) přičteme trojnásobek rovnice (3) a získáme*

 *tj.**. (5)*

*Vztahy (1) a (5) dosadíme do rovnice (2) a po úpravách dostaneme* *.*

*Z rovnic (4) a (5)po dosazení vypočteme* *.*

***Podmínkám úlohy tedy vyhovuje vektor*** ***.***

**Příklad 3**

**Vektor** **zapište jako lineární kombinaci vektorů****.**

*Řešení:*

*Musí platit:* =k. +l.+m.

 *tj. 2 = 2k + 2l + 4m (1)*

 *-2 = k + 3l + 5m (2)*

 *-10 = -k + 2l – 2m (3)*

*Sečtením (2) + (3) a vyjádřením m dostaneme* *.*

*Odečtením dvojnásobku (2) od (1) a vyjádřením m dostaneme* *.*

*Porovnáním pak l = -3 a dosazením m = 1 a nakonec k = 2.*

***Platí tedy:*** 

**Příklad 4**

**Vypočítejte obsah trojúhelníku ABC, kde A[4;0;-1], B[2;4;-1], C[5;3;4].**

*Řešení:*

*Obsah trojúhelníku vypočítáme ze vztahu:* ***│****x* ** *│***

*kde* *= B-A a******= C-A, tj.*  *= (-2;4;0),* *****= (1;3;5).*

*x******=* 

*x******=(4.5-0.3;0.1-(-2).5;(-2).3-4.1) = (20;10;-10)=(2;1;-1).*

*│* *x* *******│==*

***Obsah trojúhelníku je****.*

**Úlohy k procvičení:**

1. Jsou dány body K[3;-2], L[-4;5], M[2;1]. Vypočítejte souřadnice bodu N tak, aby KLMN byl rovnoběžník.

 *[řešení: N[9;-6]]*

1. Jsou dány body A[1;2;3], B[-4;5;6], C[4;3;2].
2. Dokažte, že body A, B, C tvoří trojúhelník.
3. Určete reálná čísla m, n, k, p tak, aby body R[0;m;n], S[k;p;6] ležely na přímce AB.

*[řešení: a)např. K – L  k(K - M), b)]*

1. V trojúhelníku ABC vyznačte vektory 

a) Dokažte, že platí: ++=.

b) Dokažte, že také: .

*[řešení: platí]*

 4) Vypočítejte velikost úhlů α, β, γ v trojúhelníku ABC, je-li:

 a) A[2;3], B[3;1], C[5;2]

 b) A[1;0;2], B[2;-2;4], C[3;6;1].

 *[řešení: a) α = 45⁰, β = 90⁰, γ = 45⁰, b) α = 128⁰ 40’,β = 35⁰ 32’,γ = 15⁰ 48’].*

1. Vypočítejte obsah trojúhelníku ABC, je-li:

a ) A[4;0;-1], B[2;4;-1], C[5;3;4].

b) A[3;-6;5], B[4;8;1], C[5;22;-3].

*[řešení: a) S = 1, b) A,B,C leží na jedné přímce].*

1. Jsou dány body K[2;3;-1], L[8;4;-2], M[0;6;0], O[2;1;4].

Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu KLMNOPQR.

*[řešení: V = 108]*

Použité zdroje a literatura:

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: *Analytická geometrie*. 2. upravené vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-163-9.

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika*: *příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1999. ISBN 80-7196-099-3.

BUŠEK, Ivan. *Řešené maturitní úlohy z matematiky*. 1. vydání. Praha: SPN, 1985. ISBN 14-639-85.